

Projektívna geometria

Semestrálne úlohy

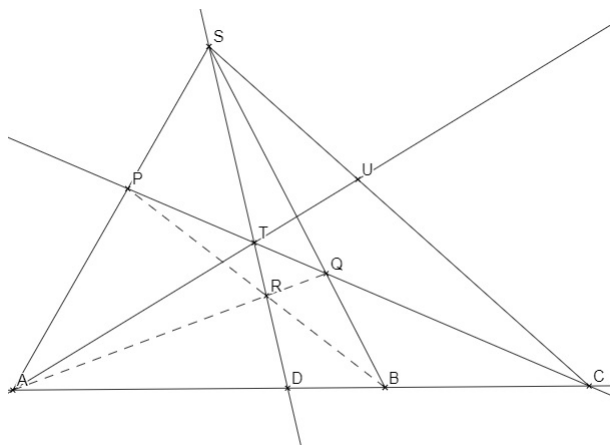
1. Určte rovnicu priamky prechádzajúcej priesečníkom priamok p a q a bodom A ak rovnice priamok a homogénne súradnice bodu sú

$$p: 3x_0 + 5x_1 - 4x_2 = 0,$$

$$q: x_0 + 3x_1 - 2x_2 = 0,$$

$$A = (1 : 3 : -2).$$

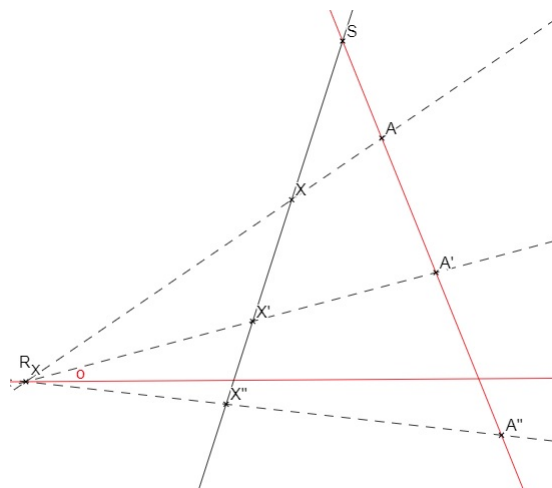
2. Nech je daná harmonická štvorica bodov A, B, C, D a bod S s nimi nekolineárny. Nech P je ďalší bod na priamke AS . Označme $Q = CP \cap BS$, $R = AQ \cap BP$, $T = CP \cap DS$ a $U = AT \cap CS$. Dokážte, že body D, Q, U sú kolineárne.



3. Nech sú dané body A, B na priamke p . Skonstruujte bez merania vzdialeností bod C tak, aby B bol stred AC .

4. Nech sú dané body A, B a bod Δ s nimi nekolineárny. Nech sú dané priamky p a p' tak, že $A \in p$, $B \in p'$, $A \notin p'$, $B \notin p$ a $\Delta \notin p, p'$. Nech projektivnosť $\pi: Z(A) \rightarrow Z(B)$ je určená direkčným stredom Δ a tým, že $\pi(p) = p'$. Nech $q \in Z(A)$ je priamka rôzna od $p, AB, A\Delta$. Určte obrazy priamok $q, AB, A\Delta$ v projektivnosti π .

5. Nech sú dané dve homológie s rovnakým stredom S a rovnakou osou o $\mathcal{H}_1 = \mathcal{H}_1(S, o, A, A')$ a $\mathcal{H}_2 = \mathcal{H}_2(S, o, A', A'')$. Nech pre bod X je X'' jeho obraz v zloženej kolineácii $\mathcal{H}_2 \circ \mathcal{H}_1$, teda $X'' = \mathcal{H}_2 \circ \mathcal{H}_1(X)$. Dokážte, že obraz bodu X v zloženej kolineácii $\mathcal{H}_1 \circ \mathcal{H}_2$ je tiež bod X'' . Využite Pappovu vetu.



6. Určte rovnicu homológie s osou $x_2 = 0$ a stredom $(1 : 2 : 2)$, ktorá zobrazuje bod $A = (0 : 1 : -2)$ na $A' = (2 : 2 : 8)$.