

Projektívna geometria

6 Cvičenia

1. Nech sú dané rôzne priamky p, p' a rôzne body $A, B, C \in p$ a $A', B', C' \in p'$. Určte direkčnú os projektívnosti $\pi: R(p) \rightarrow R(p')$, ktorá je daná tým, že zobrazuje body A, B, C v poradí na A', B', C' . Skonstruujte obraz nejakého ďalšieho bodu priamky p .
2. Riešte duálnu úlohu k úlohe 1.
3. Nech sú dané rôzne priamky p, p', δ a body $A \in p$ a $A' \in p'$ neležiace na δ . Nech projektívnosť $\pi: R(p) \rightarrow R(p')$ zobrazuje A na A' a má direkčnú os δ . Určte obraz nejakého ďalšieho bodu priamky p .
4. Nech $\pi: R(p) \rightarrow R(p')$ je projektívnosť s direkčnou osou δ . Dokážte, že priesečníky $p \cap \delta$ a $p' \cap \delta$ sú vzor a obraz priesečníka $p \cap p'$ v projektívnosti π , teda, že $\pi(p \cap \delta) = p \cap p'$ a $\pi(p \cap p') = p' \cap \delta$.
5. Dokážte, že projektívnosť $\pi: R(p) \rightarrow R(p')$ je perspektívnosť práve vtedy, keď jej direkčná os prechádza priesečníkom $p \cap p'$.
6. Nech sú dané tri rôzne body A, B, C na priamke p . Nech π je projektívnosť jednoznačne určená predpisom $\pi(A) = B$, $\pi(B) = C$ a $\pi(C) = A$. Dokážte, že π je eliptická projektívnosť. Využite to, že každá projektívnosť zachováva oddeliteľnosť dvojíc, t.j. ak sa dvojice (P, Q) a (R, S) oddeľujú, tak aj dvojice $(\pi(P), \pi(Q))$ a $(\pi(R), \pi(S))$ sa oddeľujú.
7. Dokážte, že neexistujú parabolické involúcie. Teda, že ak $\pi: R(p) \rightarrow R(p)$ je involúcia s vratnou dvojicou (A, A') a samodružným bodom X , tak má ďalší samodružný bod.