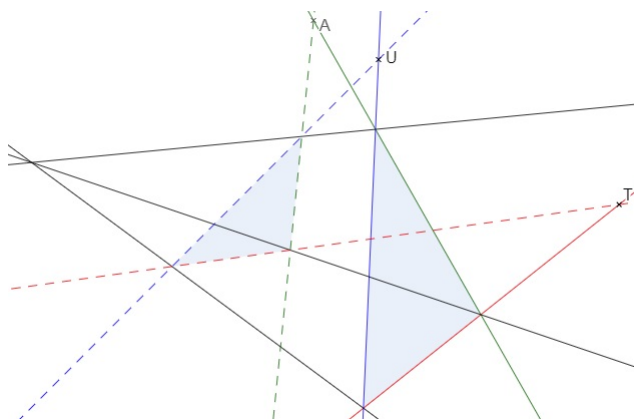


Projektívna geometria

4 Riešenia

1. Vysvetlíme akým spôsobom možno hľadať vhodné trojuholníky pre ktoré použijeme tvrdenie Desargovej vety.

Všeobecnú situáciu pre dve Desargovské trojuholníky môžeme znázorniť nasledovne.



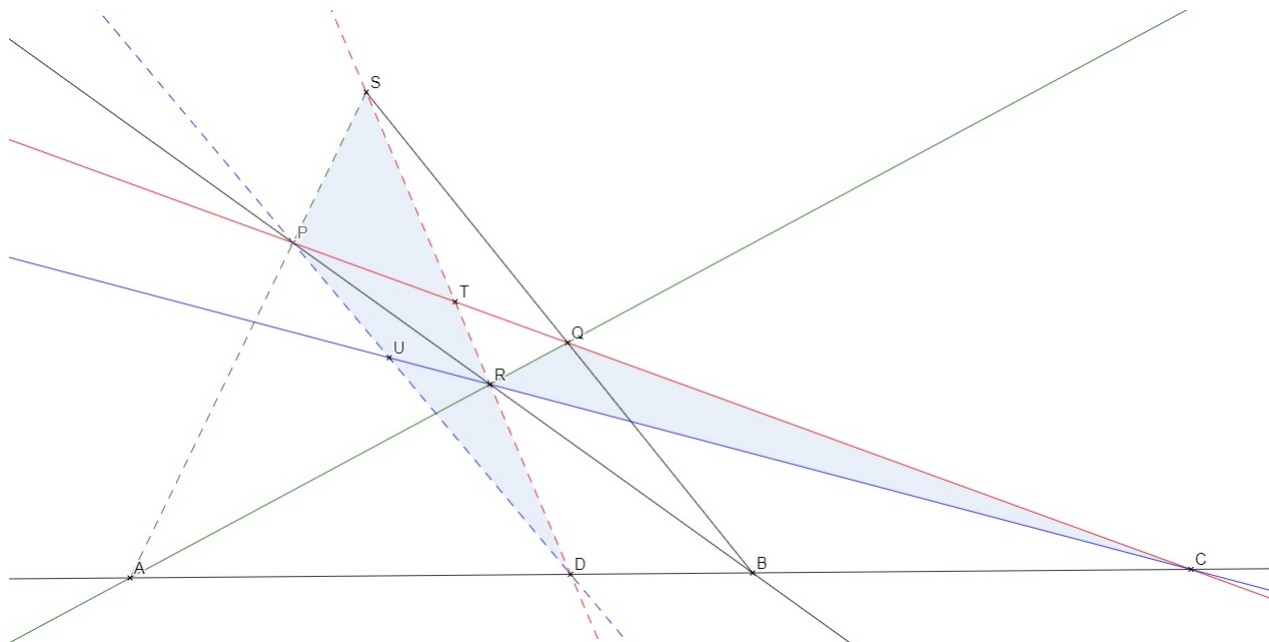
Kvôli prehľadnosti sú tri strany prvého trojuholníka označené plnými čiarami a tri strany druhého trojuholníka prerušovanými čiarami, pričom zodpovedajúce strany budú označené rovnakou farbou. Priesečníky priamok rovnakých farieb sú v našej situácii body T, U, A , ktoré budú podľa Desargovej vety kolineárne.

Ostáva správne určiť ktoré body sú vrcholy príslušných trojuholníkov a ktorý bod je stred premietania.

Bod T je priesečník priamok CP a DS , nech teda CP bude plná červená priamka a DS prerušovaná červená.

Bod U je priesečník priamok CR a DP , nech teda CR bude plná modrá priamka a DP prerušovaná modrá.

Bod A je priesečník troch priamok. Ktoré dve z nich zafarbíme? Ak by sme zafarbili priamku AB na zeleno, či už plno alebo prerušovane, nastal by problém, mali by sme v oboch prípadoch tri priamky rôznych farieb pretínajúce sa v jednom bode, C alebo D , a teda nevytvárajúce trojuholník. Keďže AB je týmto vylúčená zafarbíme AR plno a AS prerušovane na zeleno.



Plné priamky vytvorili trojuholník $\triangle CQR$ a prerušované $\triangle DSP$. Tu je dôležité poradie vrcholov; ak C je priesečník červenej a modrej priamky tak jemu zodpovedajúci je D ako priesečník prerušovanej červenej a prerušovanej modrej.

Ostáva skontrolovať či tieto trojuholníky sú v požadovanej polohe. Priamky spájajúce zodpovedajúce si vrcholy, t.j. priamky CD, QS, RP , sa pretínajú v bode B . Podľa Desargovej vety sú potom priesečníky zodpovedajúcich si strán $CQ \cap DS = T$, $CR \cap DP = U$ a $QR \cap SP = A$ kolíneárne ako sme mali dokázať.