

II. PRINCÍPY PREMIETANIA

Premietanie

- **stredové**
- **rovnobežné**

Ravnobežné premietanie

Definícia III.1

Nech $\varepsilon \subset E_3$ je rovina a $\{s\}$ osnova priamok rovnobežná s rovinou ε .

Ravnobežné premietanie – zobrazenie $f: E_3 \rightarrow \varepsilon$, $f: A \rightarrow s^A \cap \varepsilon = \{A_a\}$
($A \in s^A$, $s^A \in \{s\}$)

Súvisiace pojmy:

- **priemetňa** - rovina ε , do ktorej premietame
- **smer s** – priamka s
- **premietacia priamka** - priamka patriaca do osnovy $\{s\}$
- **uhol premietania** – odchýlka premietacej priamky s priemetňou

Definícia III.2

Kosouhlé (šikmé) premietanie – uhol premietania je ostrý

Pravouhlé (kolmé) premietanie – uhol premietania je pravý

Voľné rovnobežné premietanie – šikmé premietanie, nezávisí na súradnicovej sústave

Súvisiace pojmy:

- **rovnobežný priemet bodu** – priesečník premietacej priamky idúcej bodom s priemetňou
- **premietací útvar objektu U** – množina premietacích priamok všetkých bodov objektu U
- **rovnobežný priemet objektu U** – množina rovnobežných priemetov všetkých bodov objektu U
- **obrys priemetu objektu U (zdanlivý obrys)** – hranica rovnobežného priemetu objektu U
- **obrys objektu U (skutočný obrys)** – prienik objektu U a hranice premietacieho útvaru objektu U

Perspektívna (osová) afinita

Definícia III.3

Afinné zobrazenie – zobrazenie $f: \alpha \rightarrow \alpha'$, $A \rightarrow A' = f(A)$, ktoré každé tri navzájom rôzne kolineárne body A, B, C zobrazí buď do jedného bodu alebo troch kolineárnych bodov A', B', C' tak, že platí $(ABC) = (A'B'C')$

Afinita roviny α na rovinu α' – bijektívne afinné zobrazenie $f: \alpha \rightarrow \alpha'$

Súvisiace pojmy: zobrazenie $f: \alpha \rightarrow \alpha'$

- **rovinné pole** – množina bodov, priamok a útvarov roviny α
- **pole vzorov** – rovinné pole (α)
- **pole obrazov** – rovinné pole (α')
- **súmiestne rovinné polia** – zobrazenie v jednej rovine $\alpha = \alpha'$
- **nesúmiestne rovinné polia** – zobrazenie medzi dvomi rôznymi rovinami $\alpha \neq \alpha'$
- **obraz útvaru v zobrazení f** – množina obrazov všetkých jeho bodov

Vlastnosti afinného zobrazenia

- Kompozícia konečného počtu afinných zobrazení je afinné zobrazenie
- Obraz ľubovoľnej trojice nekolineárnych bodov v afinite je trojica nekolineárnych bodov
- Obraz priamky v afinite je priamka
- Obraz dvojice rovnobežiek v afinite je dvojica rovnobežiek
- Zobrazenie inverzné k afinite je afinita
- Množina všetkých afinít roviny na seba je grupa

Definícia III.4

Samodružný (invariantný) bod zobrazenia $f: (\alpha) \rightarrow (\alpha')$ – bod A , pre ktorý $A = f(A)$

Samodružný útvar zobrazenia $f: (\alpha) \rightarrow (\alpha')$ – útvar U , pre ktorý $U = f(U)$

Definícia III.5

Perspektívna (osová) afinita – afinita $f: (\alpha) \rightarrow (\alpha')$, v ktorej sú všetky body jednej priamky samodružné

Os afinity – priamka samodružných bodov

Vlastnosti osovej afinity

1. $f: \alpha \rightarrow \alpha'$ je neidentická osová afinita s osou afinity o . Priamky AA' ($A \in \alpha, A' = f(A) \neq A$) patria do tej istej osnovej priamky

Súvisiace pojmy:

- **smer afinity** – osnova $\{AA'\}$

Definícia III.6

Šikmá afinita – osová afinita, v ktorej $AA' \not\parallel o, AA' \not\perp o$

Pravouhlá afinita – osová afinita, v ktorej $AA' \perp o$

Elácia – osová afinita, kde $AA' \parallel o$

2. Osová afinita dvoch nesúmiestnych rovinných polí je rovnobežným premietaním
3. $f: (\alpha) \rightarrow (\alpha')$ je neidentická osová afinita súmiestnych rovinných polí rôzna od elácie. Potom deliaci pomer $(A'AA_0)$, kde $A_0 = AA' \cap o$ je konštantný pre všetky body $A \in \alpha$

Súvisiace pojmy:

□ **charakteristika osovej afinity** - deliaci pomer $(A'A_0)$

4. $f_1 : (\alpha) \rightarrow (\alpha')$ a $f_2 : (\alpha') \rightarrow (\alpha_1)$ sú perspektívne afinity nesúmiestných rovinných polí ($f_2^{-1} \neq f_1$ a $(\alpha), (\alpha_1)$ sú súmiestné). Potom zobrazenie $f = f_1 \circ f_2$ je osová afinita v rovine α s osou v priesečnici rovín α, α'
5. Osová afinita v rovine je určená osou o a usporiadanou dvojicou bodov $A, A' \neq A$ neležiacich na osi o

Definícia III.7

Hlavné smery osovej afinity – dve navzájom kolmé osnove priamok, ktorých obrazy v osovej afinite sú navzájom kolmé

Obraz kružnice v afinite. Afinné vlastnosti a konštrukcie elipsy

Definícia III.8

Elipsa k – obraz kružnice $k' \subset \alpha'$ v afinite $f : \alpha' \rightarrow \alpha$, ktorá nie je zhodnosťou ani podobnosťou

Súvisiace pojmy:

- **priemer elipsy** – obraz priemeru kružnice
- **združené priemery elipsy** – obrazy kolmých priemerov kružnice
- **dotyčnica elipsy** – priamka, ktorá má s elipsou práve jeden spoločný bod
- **sečnica elipsy** – priamka, ktorá má s elipsou práve dva spoločné body

Vlastnosti

1. Elipsa má stred súmernosti
2. Dotyčnice v krajných bodoch priemeru elipsy sú rovnobežné so združeným priemerom

Osi elipsy – združené priemery elipsy, ktoré patria do hlavných smerov

Hlavná (vedľajšia) os elipsy – väčšia (menšia) z osí elipsy

Hlavné (vedľajšie) vrcholy elipsy – priesečníky A, B (C, D) hlavnej (vedľajšej) osi s elipsou

Trojuholníková konštrukcia

Prúžková konštrukcia

Oskulačné kružnice vo vrcholoch elipsy