

ZVÄZKY KRIVIEK

35. Uvažujte krivky

$$\begin{aligned} f &= (z_1^2 + z_2^2)^2 + 3z_0z_1^2z_2 - z_0z_2^3 \\ g &= (z_1^2 + z_2^2)^3 - 4z_0^2z_1^2z_2^2 \end{aligned}$$

(zúplnenie trojístka a štvorlístka). Nájdite všetky ich priesečníky aj s násobnosťami. (Využite Bézoutovu vetu, aby ste sa vyhli posúvaniu a následným náročným výpočtom.)

37. Nájdite priamku prechádzajúcu inflexnými bodmi krivky

$$z_0z_1z_2 + (z_1 + z_2)^3.$$

38. Ukážte, že Hessián krivky

$$F = z_0^2z_1 + z_1^2z_2 + z_2^2z_0$$

má tri singulárne body, a teda pozostáva z troch priamok, z nich jedna je reálna a dve komplexne združené. Nájdite reálne inflexné body krivky F . (Využite znalosť geometrie Hessiánu.)

39. Nájdite inflexné body krivky

$$z_0^4 + z_1^4 + z_2^4.$$

40. Nech $\mathcal{L}$ je množina kužeľosečiek, ktoré prechádzajú bodmi

$$A = (1 : 1 : 0), \quad B = (0 : 0 : 1), \quad C = (1 : 0 : 0)$$

a v bode B sa dotýkajú priamky $z_0 = 0$. Ukážte, že $\mathcal{L}$ je zväzok, ktorý v afinnej rovine $z_0 \neq 0$ pozostáva z parabol $y = \lambda x(x - 1)$.

41. Nájdite reducibilné kužeľosečky vo zväzku $\lambda F + \mu G$, kde

$$\begin{aligned} F &= z_2^2 + 2z_1z_2 + z_0z_1 + z_0z_2 + z_0^2 \\ G &= z_1^2 - z_0z_1 - z_0z_2 - z_0^2. \end{aligned}$$

Pomocou nich nájdite priesečníky kriviek F a G .