

BÉZOUTOVA VETA

30. Zistite, pre ktoré μ a λ ($(\mu : \lambda) \neq (0 : 0)$) je kubická krivka v $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$

$$F = \mu(z_0^3 - z_1^3 - z_2^3) + 3\lambda z_0 z_1 z_2$$

singulárna. (Ide o tzv. triedu Steinerových kubík).

32. Dokončite cvičenie v prednášky: nech $f \in k[x]$ je polynóm nad algebraicky uzavretým poľom. Overte, že ak $a \in k$ je spoločným koreňom f aj f' , potom a je (aspoň) dvojnásobným koreňom f .

33. Nájdite rezultant polynómu f a jeho derivácie f' , ak

(a) $f = ax^2 + bx + c$,

(b) $f = x^3 + px + q$.

34. Nájdite všetky priesečníky kružnice $f = x^2 + y^2 - 1$ a elipsy $g = 5x^2 + 6xy + 5y^2 + 6y - 5$ (uzávery kriviek v projektívnej rovine) aj s ich násobnosťami.

35. Uvažujte krivky

$$f = (z_1^2 + z_2^2)^2 + 3z_0 z_1^2 z_2 - z_0 z_2^3$$

$$g = (z_1^2 + z_2^2)^3 - 4z_0^2 z_1^2 z_2^2$$

(zúplnenie trojístka a štvorlístka). Nájdite všetky ich priesečníky aj s násobnosťami. (Využite Bézoutovu vetu, aby ste sa vyhli posúvaniu a následným náročným výpočtom.)