

VÝPOČTY V PROJEKTÍVNEJ ROVINE

21. Nech P je dvojnásobný bod krivky f . Ukážte, že P je nód (čiže f má v P dve rôzne dotyčnice) práve vtedy, keď

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(P) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(P) \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(P).$$

28. Dokážte Eulerov vzorec. Ukážte ho najprv pre monóm, t.j. pre prípad, že $F = z_0^{d_0} z_1^{d_1} z_2^{d_2}$. Odtiaľ potom jeho platnosť pre ľubovoľnú formu vyplýva z linearít derivácie.

29. Nájdite všetky singulárne body krivky v $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$:

$$F = (z_0^2 - z_1^2 - z_2^2)^3 - 27z_0^2 z_1^2 z_2^2$$

(zúplnenie astroidy).

30. Zistite, pre ktoré μ a λ ($(\mu : \lambda) \neq (0 : 0)$) je kubická krivka v $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$

$$F = \mu(z_0^3 - z_1^3 - z_2^3) + 3\lambda z_0 z_1 z_2$$

singulárna. (Ide o tzv. triedu Steinerových kubík).

31. Ukážte, že ak má kubická krivka dva singulárne body, tak je reducibilná, čiže je zjednotením kriviek menšieho stupňa. (Nápoveda: vedzte singulárnymi bodmi priamku.)