

AFINNÉ ALGEBRAICKÉ MNOŽINY

1. Uveďte príklad množiny, ktorá nie je afinnou algebraickou množinou.
2. Napíšte bod $A = (2, 3) \in \mathbb{A}^2(\mathbb{R})$ ako afinnú algebraickú množinu, čiže napíšte polynomicke rovnice, ktorých riešením je presne bod A .
3. Ukážte, že (t^2, t^3) je afinná algebraická množina.
4. Ukážte, že relácia na $k[x, y]$, ktorú sme si zaviedli na prednáške (t.j. $f \sim g$ práve vtedy, keď existuje $a \in k$, $a \neq 0$ také, že $g = af$), je reláciou ekvivalencie.
5. Nech $P, Q \in \mathbb{A}^2(k)$, $P = (p_1, p_2)$, $Q = (q_1, q_2)$, $P \neq Q$. Priamka prechádzajúca bodmi P, Q je rovinnou krivkou, nájdite jej rovnicu.
6. Doplnite dôkaz lemy z prednášky: ukážte, že ak $f, g \in k[x, y]$, kde f je ireducibilný a $f \nmid g$ v $k[x, y]$, tak $f \nmid g$ v $k(y)[x]$.
7. Skúste načrtnúť krivku $y(x^2 + y^2) - x^4 - y^4$ (bumerang) napríklad skúmaním jej priesekov s horizontálnymi priamkami (t.j. zvolte si pevne y -súradnicu a skúmajte počet a prípadne rozloženie bodov krivky s takouto súradnicou).