

6. ÚLOHY NA 7. A 8.11., DODATOČNÁ SÉRIA

AXIÓMY ZHODNOSTI

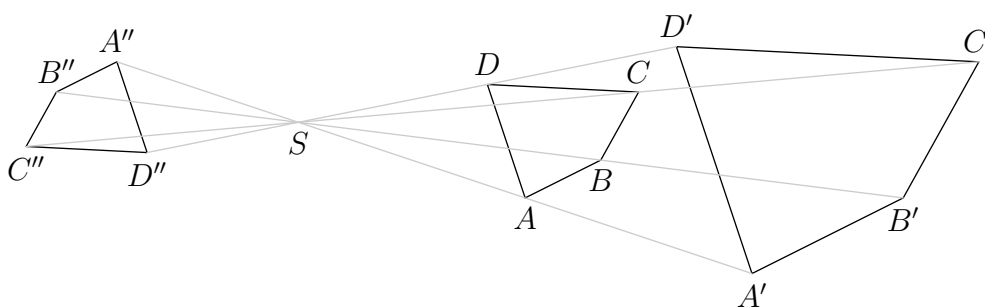
56. Ukážte, že zhodnosť úsečiek (uhlov) je reláciou ekvivalencie na množine úsečiek (uhlov).

57. V rovine \mathbb{R}^2 so štandardným meraním uhlov a taxikárskou metrikou pre meranie úsečiek (Manhattanská metrika, L_1 metrika: pre $A = (a_1, a_2)$, $B = (b_1, b_2)$ je $|AB| = |a_1 - b_1| + |a_2 - b_2|$) nech dve úsečky sú zhodné, ak majú rovnakú dĺžku, podobne pre uhly.

Nájdite trojuholníky, pre ktoré nie je splnená axióma Z6. (Stačí „stopovať“ dôkaz vety sus pre trojuholníky z prednášky $\triangle ABC$ a $\triangle A'B'C'$, kde $A = (0, 2)$, $B = (0, 0)$, $C = (2, 0)$, $A' = (2, 0)$, $B' = (1, 1)$ a $C' = (0, 0)$.)

APOLLÓNIOVE ÚLOHY

Rovnoľahlosť v rovine \mathbb{R}^2 určená stredom $S \in \mathbb{R}^2$ a koeficientom $\lambda \in \mathbb{R}$, $\lambda \neq 0$ zobrazuje bod A na bod $A' = S + \lambda(A - S)$. Teda ak je stred $S = (0, 0)$, ide o rovnomerné škálovanie, ktoré bod $A = (a_1, a_2)$ zobrazí na $A' = (\lambda a_1, \lambda a_2)$.



$A'B'C'D'$ je obrazom $ABCD$ v rovnoľahlosti so stredom S a koeficientom 2, $A''B''C''D''$ je obrazom $ABCD$ v rovnoľahlosti so stredom S a koeficientom $-0,8$.

58. Ukážte, že obrazom úsečky AB v rovnoľahlosti s koeficientom λ je úsečka $A'B'$ taká, že

$$A'B' \parallel AB \quad \text{a} \quad |A'B'| = |\lambda| |AB|.$$

(Nápoveda: sledujte trojuholníky $\triangle SAB$ a $\triangle SA'B'$, kde S je stred rovnoľahlosti. Nezapovedajte ani na prípad, keď S, A, B sú kolinéárne.)

59. Pre dve rovnobežné úsečky nájdite stred rovnoľahlosti, ktorá zobrazí jednu úsečku na druhú.

60. Vyriešte Apollóniovu úlohu bod-priamka-priamka, t.j. skonštruujte kružnicu, ktorá prechádza daným bodom a dotýka sa dvoch daných priamok.

61. Vyriešte Apollóniovu úlohu kružnica-priamka-priamka, t.j. skonštruujte kružnicu, ktorá sa dotýka danej kružnice a dvoch daných priamok. (Nápoveda: skúste túto úlohu zredukovať na úlohu bod-priamka-priamka.)