

10. ÚLOHY NA 12. A 13.12.

PRINCÍPY SPOJITOSTI KRUŽNICE

PRINCÍP SPOJITOSTI KRUŽNICE 2. Ak priamka obsahuje vnútorný bod kružnice, potom táto priamka pretína kružnicu v dvoch bodoch.

PRINCÍP SPOJITOSTI KRUŽNICE 3. Ak jeden z koncových bodov úsečky je vnútorým a druhý vonkajším bodom kružnice, potom táto úsečka kružnicu pretína.

100. Overte, že Princíp spojitosti kružnice 2. je dôsledkom Princípu spojitosti kružnice 3. (Nápoveda: na priamke, ktorá obsahuje vnútorný bod kružnice potrebujete najstá aj vonkajšie body kružnice. Treba ich hľadať dostatočne ďaleko od vnútorného bodu a využiť pri argumentácii, že ide naozaj o vonkajší bod, trojuholníkovú nerovnosť.)

DOKAZOVANIE V EUKLIDOVSKÉJ ROVINE

101. Nech k je kružnica so stredom S a nech AB je jej tetiva. Nech X je stred AB . Potom priamka \overleftrightarrow{SX} je kolmá na priamku \overleftrightarrow{AB} .

- Dokážte toto tvrdenie s pomocou syntetickej (axiomatically budovanej) geometrie. (Nápoveda: uvažujte trojuholníky $\triangle SXA$ a $\triangle SXB$.)
- Dokážte toto tvrdenie s pomocou analytickej geometrie. (Nápoveda: vhodne si zvolte súradnicovú sústavu, napr. tak, aby stred kružnice bol v začiatku sústavy, potom pre body kružnice platí $x^2 + y^2 = r^2$, kde (x, y) sú súradnice bodu na kružnici a r je polomer kružnice.)

KONŠTRUKČNÉ ÚLOHY

102. Na ktorom mieste je potrebné zostrojiť most cez rieku, ktorá oddeľuje dve obce A, B tak, aby cesta z obce A do obce B bola čo najkratšia. Brehy rieky sa predpokladajú navzájom rovnobežné a most má byť postavený kolmo na brehy rieky.

103. Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte t_b, c, a . (Nápoveda: uvažujte súmernosť podľa stredu strany AC .)

104. Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte $a + b, v_a, c$.

105. Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte a, v_a, v_b .

106. Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte b, v_b a polomer opísanej kružnice. Urobte aj diskusiu ohľadne riešiteľnosti a počtu riešení.

107. Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte α, v_b a polomer vpísanej kružnice.

108. Dané sú dĺžky a, c, e, f a veľkosť uhla ω . Zostrojte štvoruholník $ABCD$, v ktorom $|AB| = a, |CD| = c, |AC| = e, |BD| = f$ a $|\angle ASB| = \omega$, kde S je priesečník uhlopriečok.

109. Daná je úsečka AB , kružnica a bod C ležiaci vnútri kružnice. Zostrojte tetivu danej kružnice tak, aby prechádzala bodom C a bola zhodná s úsečkou AB .

110. Daný je štvorec $ABCD$ a úsečka XY . Zostrojte štvorec $KLMN$, ktorého každý vrchol leží na jednej strane štvorca $ABCD$ a strana štvorca KL je zhodná s úsečkou XY .

111. Zostrojte rovnostranný trojuholník ABC , ktorého vrcholy ležia na troch rôznych rovnobežných priamkach.