

1. OSOVÁ SÚMERNOSŤ

1. Sú dané dva rôzne body A, B ležiace vnútri tej istej polroviny s hraničnou priamkou p . Zostrojte bod X na priamke p taký, aby priamky $\overleftrightarrow{AX}, \overleftrightarrow{BX}$ zvierali s priamkou p zhodné uhly.
2. Nech A, B predstavujú polohu dvoch biliardových gúl. Narysujte dráhu gule A , ktorá sa odráža od hrán h_1, h_2, h_3 (v tomto poradí) biliardového stola a nakoniec zasiahne guľu B .
3. Dané sú dva rôzne body A, B neležiace na danej priamke p . Zostrojte bod X na priamke p , pre ktorý je:
 - (a) súčet dĺžok úsečiek $|AX| + |BX|$ najmenší,
 - (b) rozdiel dĺžok úsečiek $|AX| - |BX|$ najväčší, ak B je bližšie k p ako A .
4. Za predpokladov z príkladu 3 zostrojte bod X na priamke p taký, aby priamky $\overleftrightarrow{AX}, \overleftrightarrow{BX}$ zvierali s priamkou p ostré uhly, z ktorých jeden je dvakrát väčší ako druhý.
5. Je daná priamka p , úsečka PQ a dva rôzne body A, B na tej istej strane od priamky p . Na priamke p zostrojte body X, Y tak, aby úsečka XY bola zhodná z danou úsečkou a dĺžka lomenej čiary $AXYB$ bola minimálna.
6. Na ramenách ostrého konexného uhla nájdite body B, C tak, aby obvod trojuholníka ABC bol minimálny. (A je vnútorný bod daného uhla.)
7. Nad danou úsečkou AB možno zostrojiť nekonečne veľa trojuholníkov ABC , ktoré majú rovnakú dĺžku v_c . Zostrojte ten z nich, ktorého obvod je najmenší.
8. Na základni AB ľubovoľného rovnoramenného trojuholníka ABC nájdite bod L , pre ktorý je súčet jeho vzdialeností od priamok $\overleftrightarrow{AC}, \overleftrightarrow{BC}$ minimálny.
9. Daná je priamka b a kružnice p, q . Zostrojte úsečku XY tak, aby $X \in p, Y \in q$, stred úsečky XY bol bodom priamky b a aby XY bola kolmá na b .
10. Dané sú dve kružnice k, l a priamka p . Zostrojte všetky rovnostranné trojuholníky ABC , ktorých ťažnica t_c je častou priamky p a vrcholy A, B ležia postupne na kružniciach k, l .
11. Dané sú tri rôznobežné a tým istým bodom neprechádzajúce priamky a, b, c . Zostrojte úsečku BC kolmú na priamku a tak, aby $B \in b, C \in c$ a stred úsečky BC bol na priamke a .
12. Dané sú dve rovnobežné priamky x, y a priamka z s nimi rôznobežná. Zostrojte všetky štvorce $XYZV$, ktorých vrcholy sú $X \in x, Z \in z$ a uhlopriečka YV je častou priamky y .
13. Dané sú tri rôzne priamky o_1, o_2, o_3 prechádzajúce bodom O a na jednej z nich je daný bod $A \neq O$. Zostrojte trojuholník ABC , pre ktorý sú dané priamky osami vnútorných uhlov.
14. Daná je kružnica k a tri rôzne priamky a, b, c prechádzajúce stredom kružnice k . Zostrojte trojuholník ABC , ktorý je opísaný danej kružnici a jeho vrcholy A, B, C ležia v poradí na priamkach a, b, c .
15. Dané sú tri priamky s_1, s_2, s_3 prechádzajúce bodom S a na jednej z nich je daný bod A_1 . Zostrojte trojuholník ABC , pre ktorý je A_1 stredom strany BC a priamky s_i sú osami jeho strán.
16. Zostrojte trojuholník ABC , ak sú dané
 - (a*) $c, v_c, \omega = \alpha - \beta$
 - (b) $b, a, \omega = \alpha - \beta$
17. Je daná priamka p , kružnica k , bod T a smer s . Zostrojte rovnoramenný trojuholník ABC s ťažiskom v bode T , ktorého základňa AB patrí smeru s , A leží na p a B na k .
18. Daná je priamka \overleftrightarrow{MN} a dve rôzne kružnice ležiace na tej istej strane od priamky \overleftrightarrow{MN} . Na priamke \overleftrightarrow{MN} zostrojte taký bod X , aby dotyčnice vedené z bodu X ku kružniciam zvierali s priamkou \overleftrightarrow{MN} zhodné uhly.

- 19.** * Je daný uhol $\angle MON$ a dva rôzne body A, B vo vnútri uhla. Na polpriamke \overrightarrow{OM} zostrojte bod X tak, aby trojuholník XYZ bol rovnoramenný, pričom Y, Z sú v poradí priesečníky priamok $\overleftrightarrow{XA}, \overleftrightarrow{XB}$ s polpriamkou \overrightarrow{ON} .
- 20.** Zostrojte štvoruholník $ABCD$, ak poznáte dĺžky všetkých jeho strán a uhlopriečka AC je osou vnútorného uhla pri vrchole A .
- 21.** Zostrojte štvoruholník $ABCD$, do ktorého je možné vpísať kružnicu, ak sú dané dĺžky dvoch susedných strán AB, AD a veľkosti vnútorných uhlov pri vrcholoch B, D .
- 22.** Zostrojte štvoruholník $ABCD$, ak sú dané: dĺžky $|AB|, |CD|$, súčet $|BC| + |AD|$, vzdialenosť vrchola A od priamky \overleftrightarrow{CD} a viete, že vnútorné uhly pri vrcholoch C a D sú zhodné.
- 23.** * Zostrojte štvoruholník $ABCD$, ak sú dané: dĺžky $|AB|, |CD|$, súčet $|BC| + |AD|$ a vzdialenosti vrcholov A, B od priamky \overleftrightarrow{CD} .
- 24.** Zostrojte lichobežník $ABCD$, ak poznáte dĺžky strán BC, CD, DA a uhol $\omega = \angle DAB - \angle ABC$.
- 25.** * Nech V je priesečník výšok ľubovoľného trojuholníka ABC . Dokážte, že body V_1, V_2, V_3 súmerné k bodu V podľa strán trojuholníka ABC ležia na kružnici opísanej trojuholníku ABC .
- 26.** Zostrojte trojuholník ABC , ak sú dané body V_1, V_2, V_3 z predchádzajúceho príkladu.
- 27.** Dané sú dve rovnobežky p, q a bod A ležiaci na priamke p . Ďalej je daný bod M ležiaci vnútri pásu s hranicami p, q . Zostrojte taký rovnoramenný trojuholník ABC so základňou AB , aby vrcholy B, C ležali po rade na priamkach q, p a bod M na priamke \overleftrightarrow{BC} . Urobte diskusiu vzhľadom na vzdialenosť rovnobežiek p, q a vzdialenosť A, B .
- 28.** * Daná je priamka p a body A, B ležiace po tej istej strane od priamky p . Na priamke p zostrojte taký bod X , aby súčet $|AX| + |BX|$ bol zhodný s danou dĺžkou $|MN|$.
- 29.** * Je daná priamka p , úsečka AB a dva rôzne body P, Q po rôznych stranách od priamky p . Zostrojte na priamke p taký bod X , aby rozdiel dĺžok úsečiek PX, QX bol zhodný s dĺžkou danej úsečky AB .
- 30.** Vo vnútri obdĺžnika $ABCD$ je daný bod M . Dokážte, že existuje vypuklý štvoruholník s kolmými uhlopriečkami, ktorých dĺžky sa rovnajú dĺžkam strán AB, BC a so stranami, ktorých dĺžky sa rovnajú po rade dĺžkam strán AM, BM, CM, DM .
- 31.** Zostrojte trojuholník ABC , ak poznáte $a + b, v_a, c$.
- 32.** Je daná kružnica k so stredom S a priemerom AB . Ďalej sú dané kružnice m, n , ktoré majú priemery AS, SB . Zostrojte všetky kružnice, ktoré sa dotýkajú súčasne kružníc k, m, n .