

Fyzikálně založené modely osvětlení

© 1996-2015 Josef Pelikán, CGG MFF UK Praha

<http://cgg.mff.cuni.cz/~pepca/>

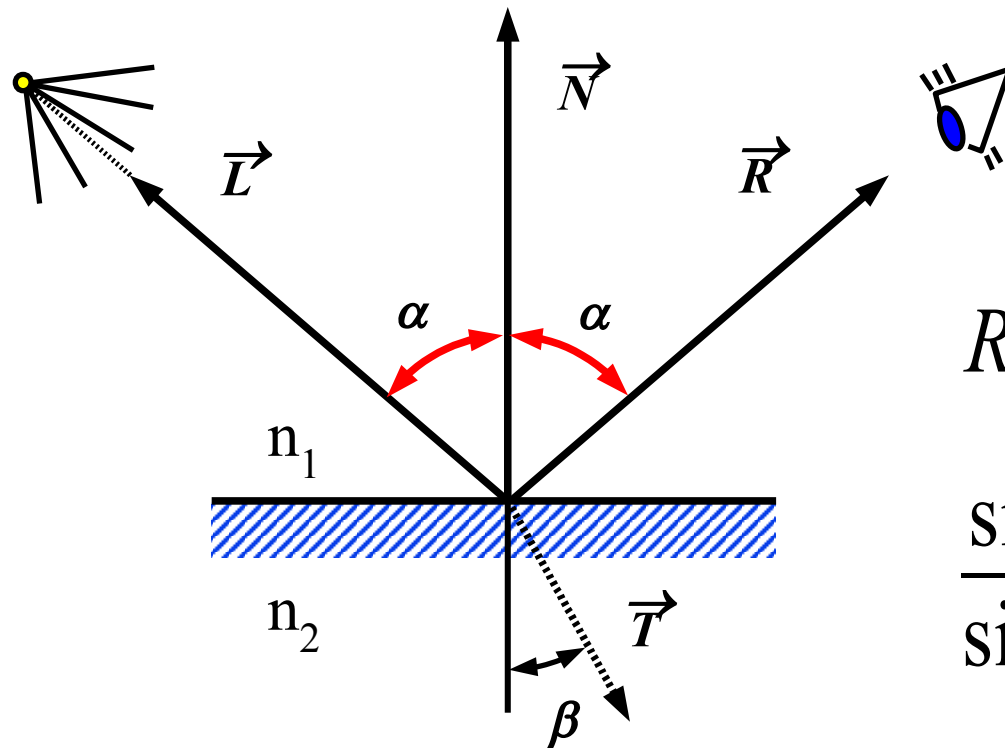
pepca@cgg.mff.cuni.cz



Historie

- ◆ **Beckmann, Spizzichino** (1963): odraz elektromagnetického vlnění na hrubém povrchu (optika)
- ◆ **Torrance, Sparrow** (1967): teorie mimospekulárních odlesků na hrubých materiálech (optika)
- ◆ **Blinn** (SIGGRAPH 77): poprvé model publikuje v oboru počítačové grafiky
- ◆ **Cook, Torrance** (SIGGRAPH 81): další zobecnění a praktická implementace
- ◆ **He** (1991): komplexní model odrazu podle vlnové optiky (polarizace, difrakce, interference, ..)
- ◆ **Schlick** (1994): aproximační vzorce, rychlejší výpočet

Dokonalý zrcadlový povrch

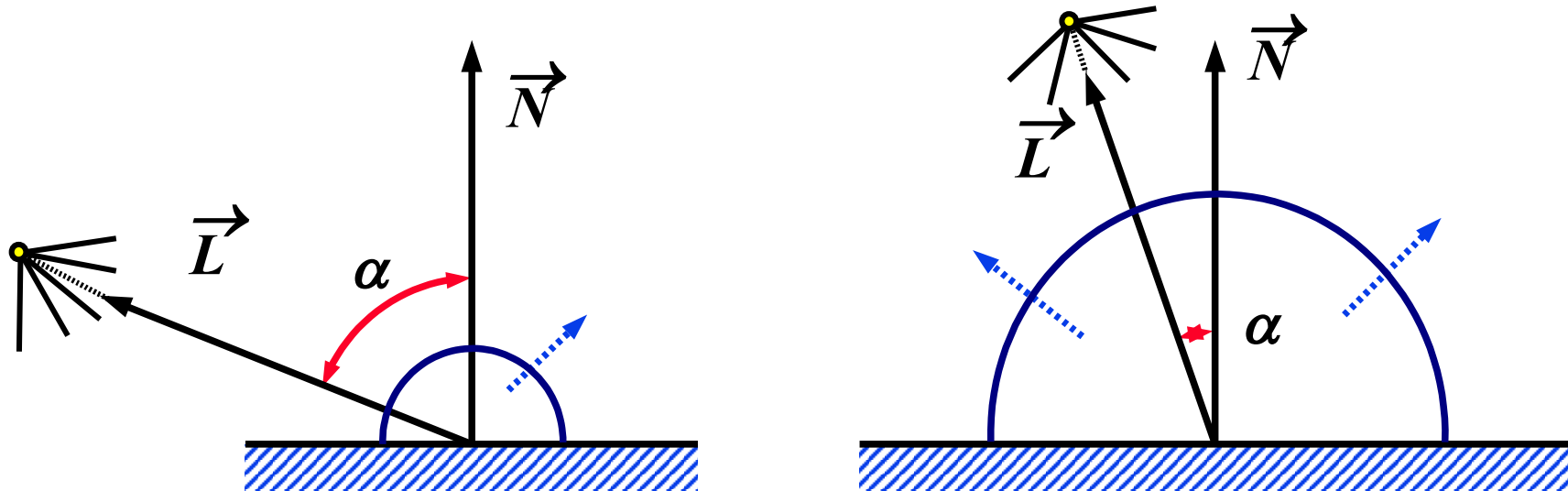


$$R = 2N(N \cdot L) - L$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{n_1}{n_2} = n_{12}$$

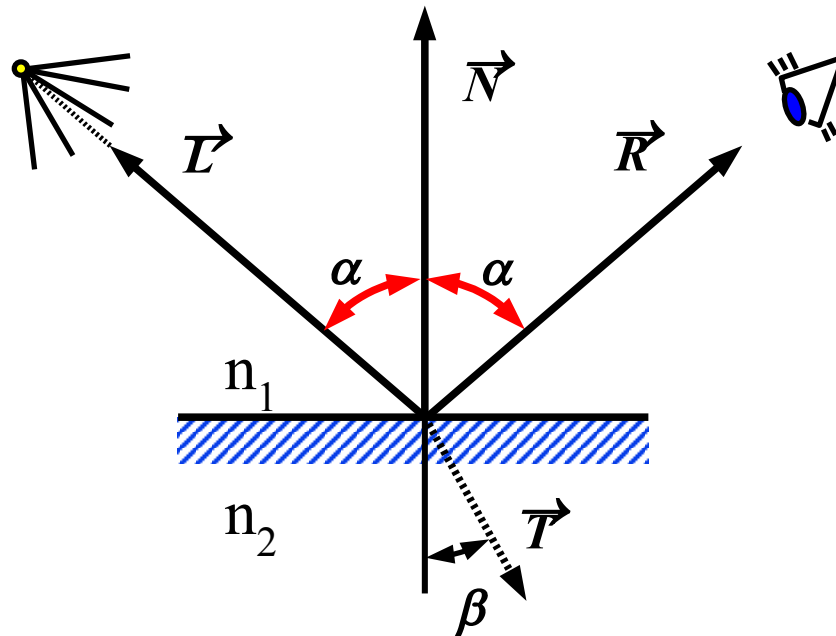
- poměr **zrcadlově odraženého** a zalomeného světla určují **Fresnelovy rovnice** (začátek 19. století)

Dokonale difusní odraz (rozptyl)



- ◆ **dokonale matný povrch (Lambertovský)**
 - ◆ všechny výstupní směry odraženého paprsku mají stejnou pravděpodobnost
 - ◆ např. mikroskopicky velmi hrubý povrch (velké částice)
- ◆ **Lambertův zákon:** intenzita je úměrná pouze **cos α**

Lom světla (aplikace Snellova zákona)



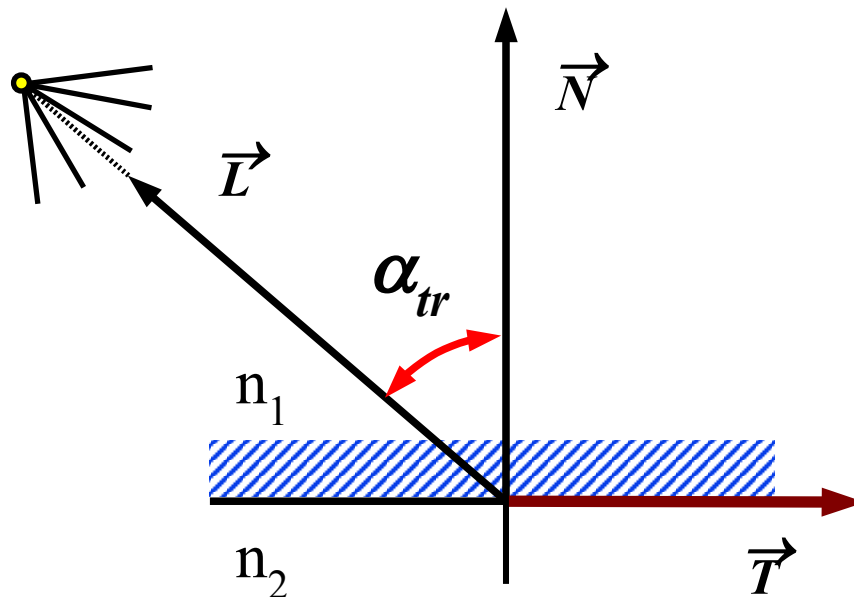
$$\cos \beta = \sqrt{1 - n_{12}^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - n_{12}^2 \cdot (1 - (N \cdot L)^2)}$$

$$T = \left[n_{12} (N \cdot L) - \sqrt{1 - n_{12}^2 \cdot (1 - (N \cdot L)^2)} \right] \cdot N - n_{12} \cdot L$$



Totální odraz

- při přechodu světla z prostředí opticky hustšího do prostředí řidšího ($n_1 > n_2$)
- pro úhly dopadu větší než **mezní úhel** α_{tr} nedochází k lomu světla!



$$\sin \alpha_{tr} = \frac{n_2}{n_1}$$



Fresnelovy rovnice (polarizace)

- ♦ dvě **roviny polarizace** (elektrická složka kolmá „s“ nebo rovnoběžná „p“ k rozhraní)
- ♦ koeficienty odrazu „R“ a lomu „T“:

$$R_s = \left[\frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin(\beta + \alpha)} \right]^2 \quad T_s = 1 - R_s$$

$$R_p = \left[\frac{\tan(\beta - \alpha)}{\tan(\beta + \alpha)} \right]^2 \quad T_p = 1 - R_p$$



Pro nepolarizované světlo

- ♦ průměr obou složek R_s a R_p , po úpravách:

$$R = \frac{1}{2} \frac{(a-u)^2 + b^2}{(a+u)^2 + b^2} \left[\frac{(a+u-1/u)^2 + b^2}{(a-u+1/u)^2 + b^2} + 1 \right]$$

$$a^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(n_\lambda^2 - k_\lambda^2 + u^2 - 1)^2 + 4n_\lambda^2 k_\lambda^2} + n_\lambda^2 - k_\lambda^2 + u^2 - 1 \right)$$

$$b^2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(n_\lambda^2 - k_\lambda^2 + u^2 - 1)^2 + 4n_\lambda^2 k_\lambda^2} - n_\lambda^2 + k_\lambda^2 - u^2 + 1 \right)$$

$$u = \cos \alpha \quad n = n_\lambda - i k_\lambda \quad (\text{pro dielektrika je } k_\lambda = 0)$$



Pro dielektrikum

♦ $\mathbf{k}_\lambda = \mathbf{0}$, tedy vychází

$$a^2 = n_\lambda^2 + u^2 - 1 \quad b = 0$$

$$R = \frac{1}{2} \frac{(a-u)^2}{(a+u)^2} \left(\frac{[u(a+u)-1]^2}{[u(a-u)+1]^2} + 1 \right)$$

Poznámky k Fresnelovým vzorcům

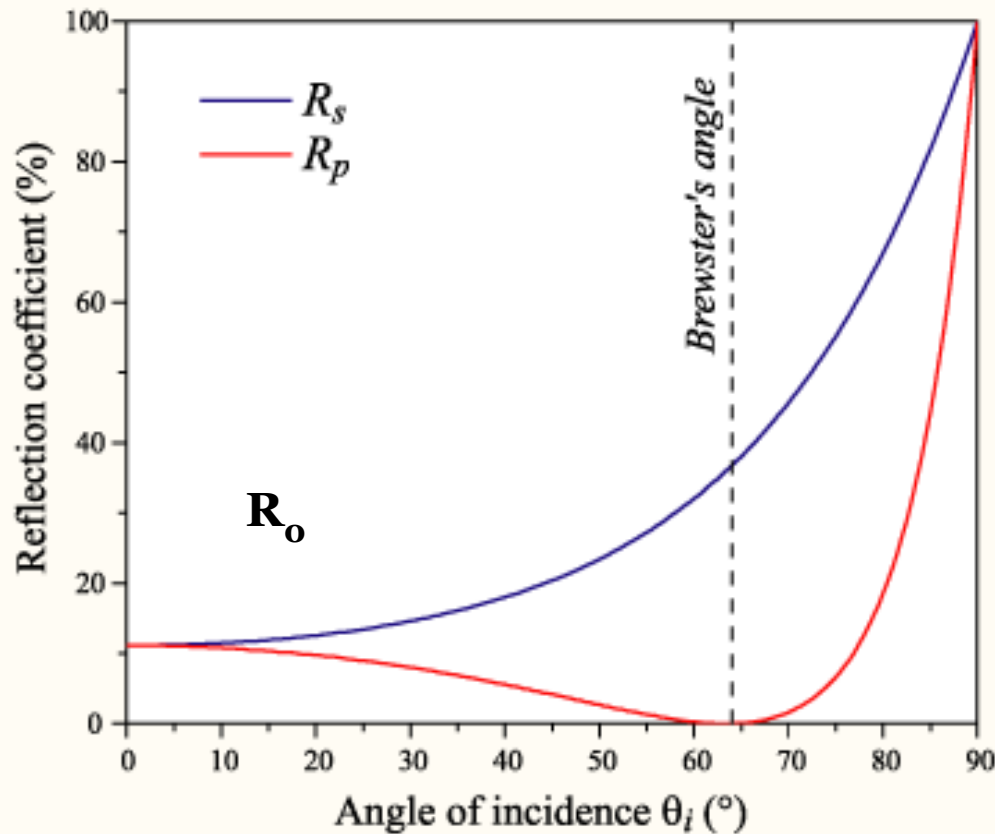
- je-li $\alpha = \pi/2$ (tj. $\mathbf{u} = \mathbf{o}$), vychází faktor odrazu $\mathbf{R}_{90} = \mathbf{1}$ bez ohledu na vlnovou délku světla λ
- pro kolmý dopad světla ($\alpha = \mathbf{o}$) vychází:

$$R_0 = R_s = R_p = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

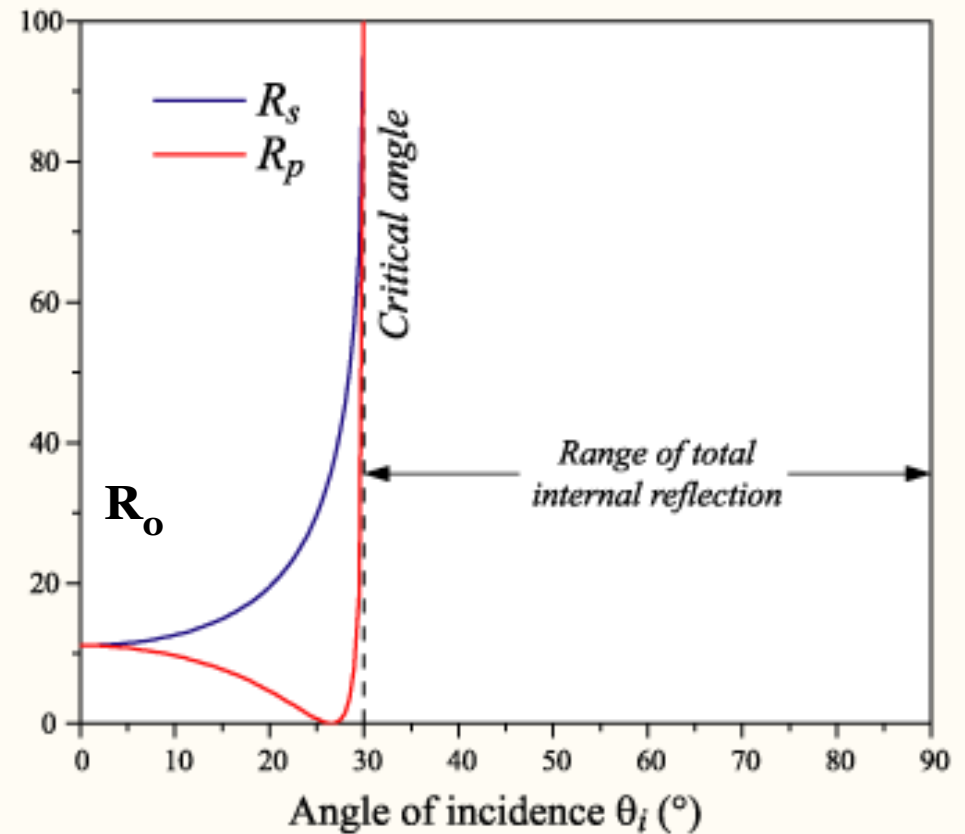
$$T_0 = T_s = T_p = 1 - R_0 = \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2}$$

Průběh odrazivosti – dielektrikum

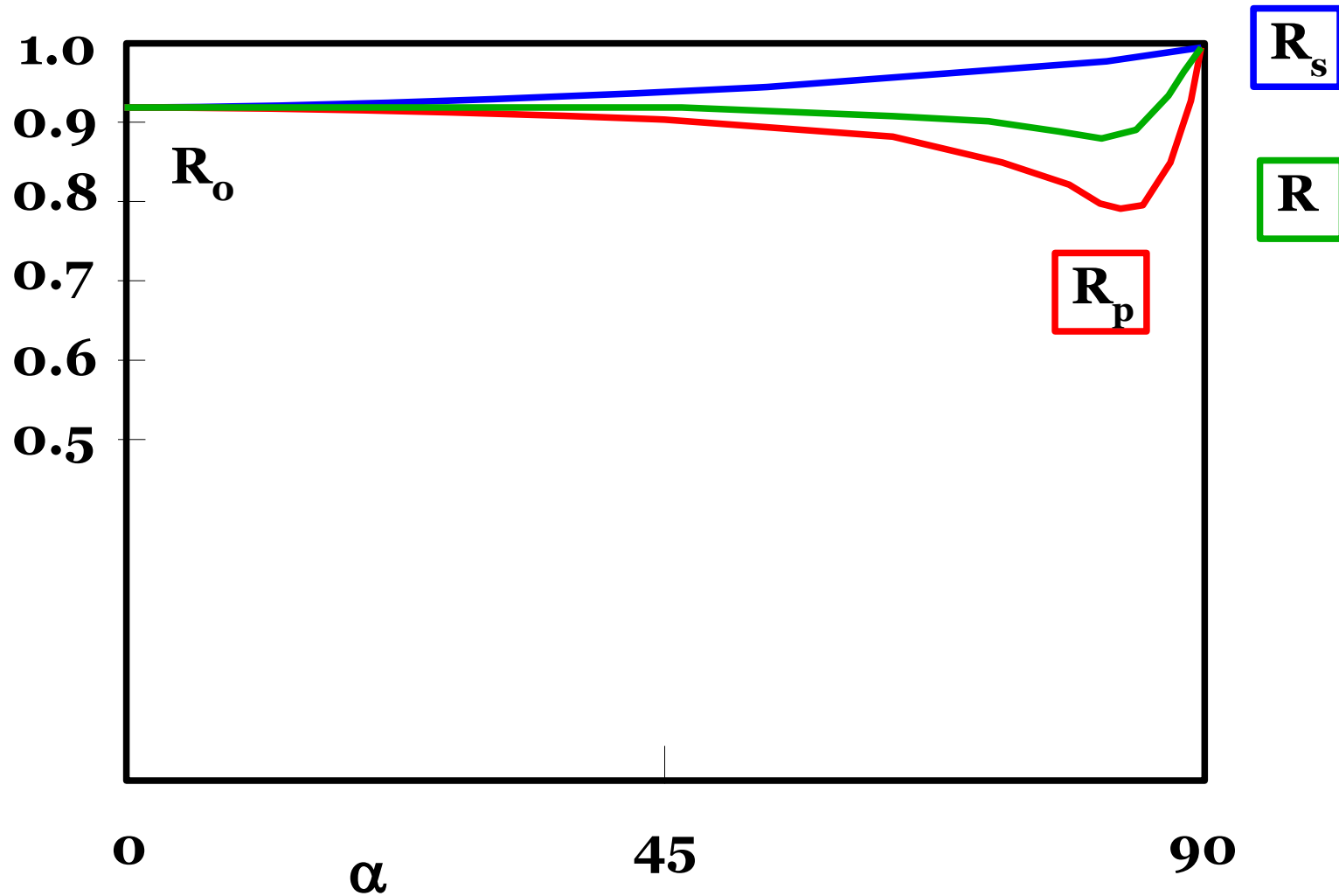
$n_1 = 1.0, n_2 = 2.0$



$n_1 = 2.0, n_2 = 1.0$

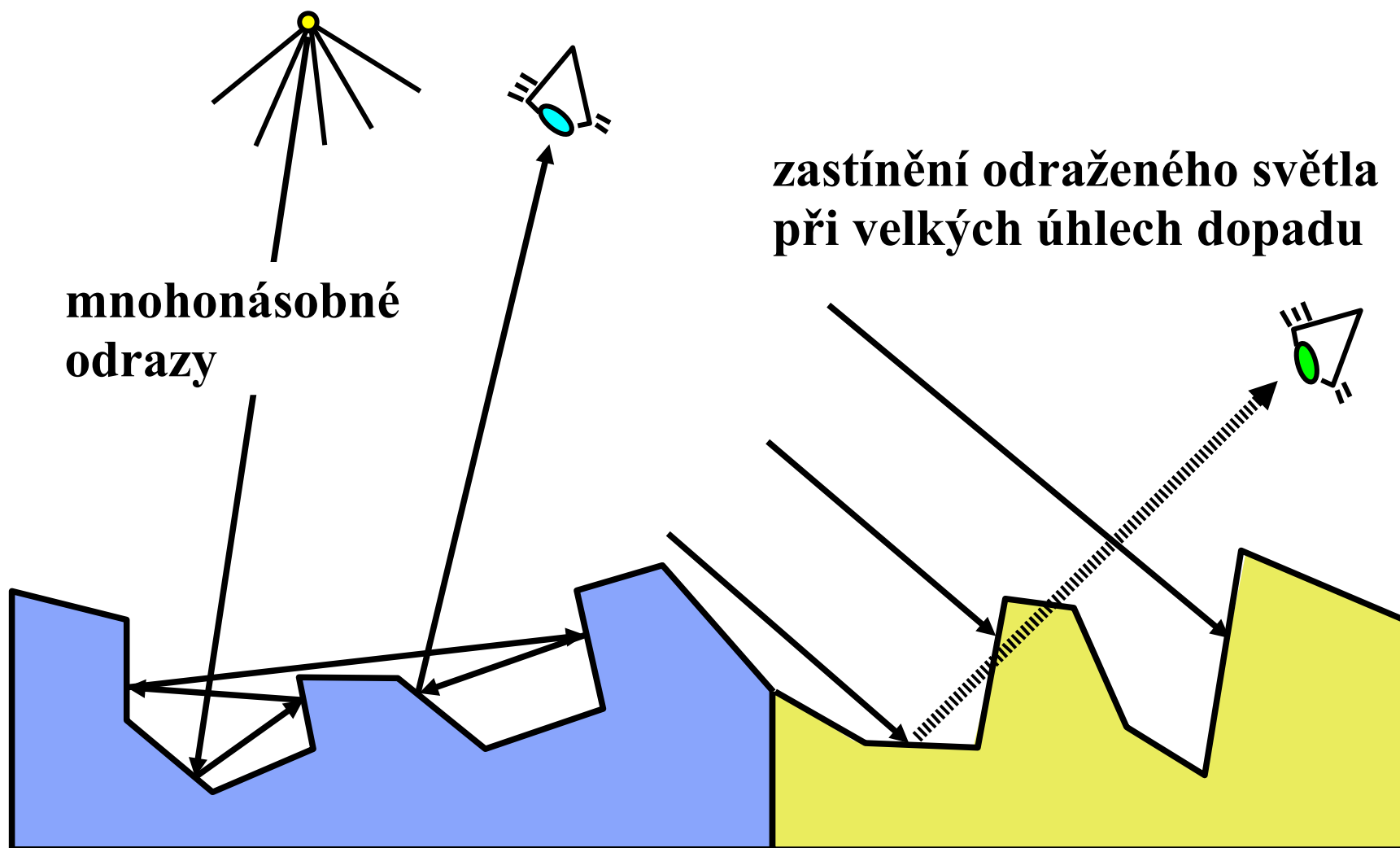


Průběh odrazivosti – kov





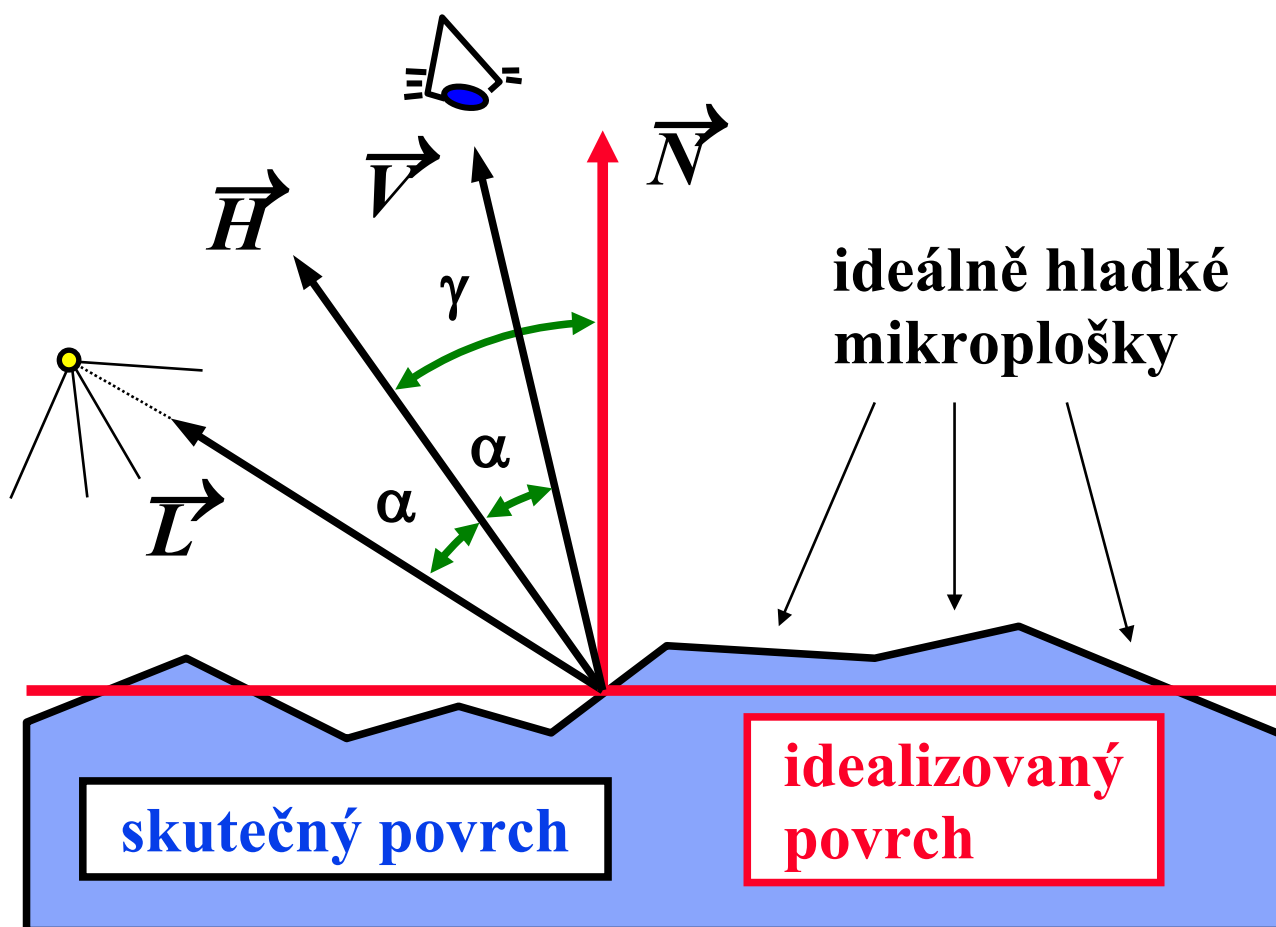
Reálný lesklý odraz





Teorie mikroplošek

- ◆ Beckmann, Spizzichino (63), Torrance, Sparrow (67)





Lesklá složka odrazu

$$I_s(\lambda) = \frac{F(\lambda, \beta)}{\pi} \cdot \frac{D(\alpha) \cdot G(\mathbf{N}, \mathbf{V}, \mathbf{L})}{(\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{V})}$$

- $I_s(\lambda)$ - intenzita odlesku pro vlnovou délku λ
- $F(\lambda, \beta)$ - intenzita odrazu vlnové délky λ na dokonale hladké plošce při úhlu dopadu β
- $D(\alpha)$ - distribuční funkce mikroplošek (kolik mikroplošek je orientováno pod úhlem α)
- $G(\mathbf{N}, \mathbf{V}, \mathbf{L})$ - faktor vzájemného zastínění plošek



Distribuční funkce orientace

Rychlý vzorec - Gaussova distribuce:

$$D(\alpha) = c \cdot \exp\left[-(\alpha/m)^2\right]$$

- **c** – vhodná konstanta
- **m** – „drsnost povrchu”
 - **0.1** - velmi hladký povrch
 - **0.8** - hrubý rozptylující povrch



Beckmannova funkce

Přesnější aproximace distribuce:

$$D(\alpha) = \frac{1}{4m^2 \cos^4 \alpha} \cdot \exp\left[-(\operatorname{tg}(\alpha)/m)^2\right]$$

- **m** – „drsnost povrchu“:
 - **střední kvadratická hodnota** směrnice normály mikroplošek
 - hodnoty opět cca mezi **0.1** a **0.8**



Směs několika materiálů

Povrch tělesa si můžeme představit jako směs několika materiálů s různými drsnostmi $\mathbf{m}_1 \dots \mathbf{m}_k$

$$\mathbf{D}(\alpha) = \sum_{i=1}^k \mathbf{w}_i \cdot \mathbf{D}(\mathbf{m}_i, \alpha)$$

- \mathbf{W}_i – váhové konstanty jednotlivých materiálů
- $\sum \mathbf{w}_i = \mathbf{1}$



Geometrický člen G

Faktor vzájemného zastínění mikroplošek

$$G(\mathbf{N}, \mathbf{V}, \mathbf{L}) = \min\{ 1, \gamma \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{V}), \gamma \cdot (\mathbf{N} \cdot \mathbf{L}) \}$$

$$\text{pro } \gamma = \frac{2(\mathbf{N} \cdot \mathbf{H})}{(\mathbf{V} \cdot \mathbf{H})}$$

- světlo může být zastíněno před dopadem nebo po dopadu (nebo projde dál bez překážek)
- předpokládáme prohlubně tvaru písmene „**V**”



Fresnelův člen F

Fresnelova rovnice pro nepolarizované světlo

$$F(\lambda, \beta) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\mathbf{g} - \mathbf{c})^2}{(\mathbf{g} + \mathbf{c})^2} \left\{ 1 + \frac{[\mathbf{c}(\mathbf{g} + \mathbf{c}) - \mathbf{1}]^2}{[\mathbf{c}(\mathbf{g} - \mathbf{c}) - \mathbf{1}]^2} \right\}$$

pro $\mathbf{c} = \cos \beta = (\mathbf{V} \cdot \mathbf{H}),$

$$\mathbf{g}^2 = n_\lambda^2 + \mathbf{c}^2 - 1$$

- n_λ - index lomu na povrchu při vlnové délce λ
- ♦ pro vodiče $\mathbf{n}_\lambda' = \mathbf{n}_\lambda - \mathbf{i} \kappa_\lambda$ (κ_λ .. koeficient útlumu)



Vliv vlnové délky λ

Pro úhel dopadu a odrazu $\beta = 0$ dostáváme

$$F(\lambda, 0) = \left(\frac{n_\lambda - 1}{n_\lambda + 1} \right)^2 \quad \text{a} \quad n_\lambda = \frac{1 + \sqrt{F(\lambda, 0)}}{1 - \sqrt{F(\lambda, 0)}}$$

- hodnoty $F(\lambda, 0)$ byly prakticky změřeny pro velké množství vodivých i dielektrických materiálů
 - známe tedy i hodnoty n_λ těchto materiálů
- lesklý odraz závisí na λ kromě úhlu $\beta = \pi/2$



Jednodušší výpočet $F(\lambda, \beta)$

Interpolace mezi barvou světelného zdroje
(odlesk pro $\beta = \pi/2$)

$$\mathbf{F}(\lambda, \pi/2) = \mathbf{F}_\lambda(\pi/2) = \mathbf{I}_L(\lambda) \quad \dots \text{ barva zdroje}$$

a barvou změřenou pro $\beta = 0$: $\mathbf{F}(\lambda, 0) = \mathbf{F}_\lambda(0)$

Pro průměrnou vlnovou délku λ_0 dostáváme

$$\mathbf{F}_\lambda(\beta) = \mathbf{F}_\lambda(0) + [\mathbf{F}_\lambda(\pi/2) - \mathbf{F}_\lambda(0)] \frac{\max\{0, \mathbf{F}_{\lambda_0}(\beta) - \mathbf{F}_{\lambda_0}(0)\}}{\mathbf{F}_{\lambda_0}(\pi/2) - \mathbf{F}_{\lambda_0}(0)}$$



Jednodušší výpočet $F(\lambda, \beta)$

Jiná aproximace podle R. Halla:

$$F_{\lambda}(\beta) = F_{\lambda}(\mathbf{0}) + [1 - F_{\lambda}(\mathbf{0})] \frac{\max\{0, F_{\lambda_0}(\beta) - F_{\lambda_0}(\mathbf{0})\}}{1 - F_{\lambda_0}(\mathbf{0})}$$

- v praktických implementacích se může počítat jen s několika diskrétními hodnotami λ
- ♦ např. pro tři pásma spektra **R,G,B**



Další vylepšení

- **neizotropní světelné modely**
 - jiná odrazivost v různých směrech
 - obecná **BRDF** („Bi-directional Reflectance Distribution Function”) $\rho(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda)$
- **polarizace odraženého světla**
 - ♦ dielektrika – Brewsterův úhel dopadu
 - ♦ vícenásobné odrazy mezi dielektrickými povrchy
 - ♦ barevné vodivé materiály zabarvují odlišně odraz polarizovaného světla

Modifikace klasických přístupů



◆ **Blinn-Phong model**

- ◆ zjednodušení výpočtu při pozorovateli i zdroji v nekonečnu:

$$\cos^h \beta \approx \cos^{4h} \beta / 2$$

$$(R_i \cdot V)^h \approx (H_i \cdot N)^{4h}$$

- ◆ Blinnův model je věrnější při pohledu přes obrys objektu

Modifikace klasických přístupů



- ◆ **Ch. Schlick** (1994) zkouší různé aproximační vzorce jako náhradu Fresnelových členů apod.

- ◆ nahrazení mocniny zlomkem (rychlost)

$$S^h \approx S / (h - hS + S)$$

- ◆ odlesk není tak ostrý jako u Phongu (Blinna)

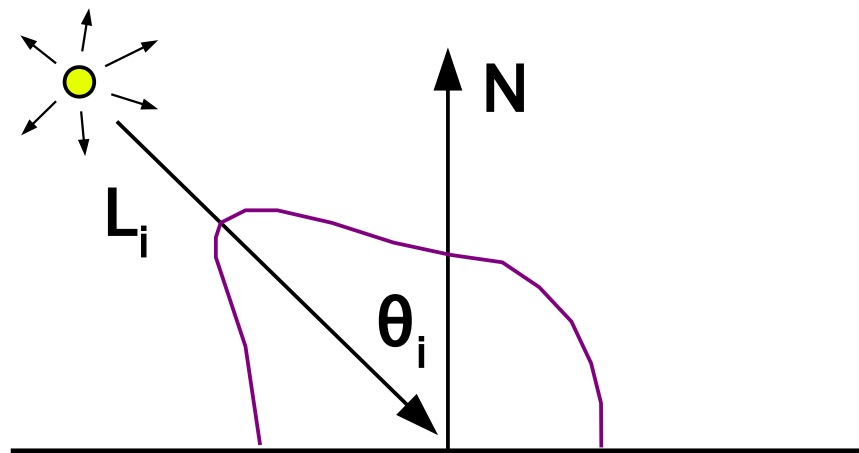
- ◆ náhrada Fresnelova členu

$$(1 - \cos \alpha)^5$$

multiplikativní člen (k_s se zvětší na úkor k_d , k_t)

Nedokonalost Lambertova zákona

- ♦ čistý „cosinový“ povrch **není** v přírodě tak častý!
 - ♦ hrubé, zrnité povrchy (smirkový papír, písek, apod.)
 - ♦ **měsíční úplněk** – podle Lambertova zákona by měly být okraje tmavé (limitně až k nule), ale to není pravda!
 - ♦ efekt **zpětného odrazu** („backscattering“, „odrazka“)



Difusní model Oren–Nayar



- ◆ používá **mikroplošky** (viz Torrance-Sparrow, -Cook)
 - ◆ na mikroploškách se aplikuje difusní zákon odrazu
 - ◆ zjednodušení vzorců – jen nejvýznamnější termy

$$E_d = \frac{\rho}{\pi} \cdot E_0 \cdot \cos(\theta_i) \cdot (A + B \cdot \max(0, \cos(\phi_r - \phi_i))) \cdot \sin(\alpha) \cdot \tan(\beta)$$

θ_i úhel mezi L_i a normálou

θ_r úhel mezi V a normálou

Φ_i azimut směru L_i

Φ_r azimut směru V

α $\max(\theta_i, \theta_r)$

β $\min(\theta_i, \theta_r)$



Oren–Nayar, finální vzorce

$$E_d = (C_L \circ C_D) \cdot \cos(\theta_i) \cdot (A + B \cdot \max(0, \cos(\phi_r - \phi_i)) \cdot \sin(\alpha) \cdot \tan(\beta))$$

$$A = 1 - 0.5 \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.33} \quad (\text{ve jmenovateli až } 0.57)$$

$$B = 0.45 \cdot \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + 0.09}$$

σ hrubost povrchu: střední hodnota odchylky normály mikroplošky v radiánech (viz Torrance-Cook)

C_L barva zdroje světla

C_D barva materiálu



Literatura

- **A. Glassner: *An Introduction to Ray Tracing***, Academic Press, London 1989, 121-160
- **J. Foley, A. van Dam, S. Feiner, J. Hughes: *Computer Graphics, Principles and Practice***, 760-771
- **R. Cook, K. Torrance: *A Reflectance Model for Computer Graphics***, ACM Transactions on Graphics, 1982, #1, 7-24
- **Ch. Schlick: *An Inexpensive BRDF Model for Physically-based Rendering***, 1994