

**Počítačová grafika a geometria,
Predmet štátnej skúšky Počítačová grafika (PG1-32)**

1. Reprezentácie objektov v počítačovej grafike.

Počítačová grafika (1)

(Mnohouholníkové siete, splajny, CSG, volumetrické reprezentácie (BSP, octree), implicitné reprezentácie. Výhody a nevýhody jednotlivých reprezentácií, vzájomné konverzie.)

2. Algoritmy pre určovanie viditeľného povrchu.

Počítačová grafika (1)

(Algoritmy v priestore objektov: využitie normálových vektorov, maliarove algoritmy, využitie volumetrických reprezentácií. Algoritmy v priestore obrazu: z-buffer, delenie okna. Špeciálne algoritmy: zobrazovanie drôteného modelu, zobrazovanie grafu funkcie.)

3. Hľadanie prienikov a orezávanie.

Počítačová grafika (1)

(Prieniky v rovine: prienik úsečiek, polpriamok, prienik s mnohouholníkom, prienik s konvexným mnohouholníkom, metódy hľadania prieniku úsečky a krivky. Prieniky v priestore: prienik úsečky a roviny, prienik úsečky a mnohouholníka. Algoritmy Cohen-Sutherland, Cyrus-Beck, Liang-Barsky a Nichol-Lee-Nichol pre orezávanie úsečky do okna. Orezávanie mnohouholníka do okna.)

4. Rasterizácia a antialiasing.

Počítačová grafika (1)

(Algoritmy rasterizácie úsečky. Rasterizácia kvadratickej krivky, rasterizácia mnohouholníka pomocou skenovacej priamky. Prístupy k vyplňaniu oblastí. Alias a metódy antialiasingu.)

5. Zobrazovací kanál.

Počítačová grafika (1)

(Modelovanie 3D scény, snímanie, premietanie – rovnobežné, stredové a ich vzájomný súvis. Súradnicové sústavy v zobrazovacom kanáli. Zaradenie algoritmov počítačovej grafiky (riešenie viditeľnosti, orezávanie...) do zobrazovacieho kanála. Zobrazovací kanál dvojrozmernej scény.)

6. Rádiometrické veličiny a tieňovanie.

Počítačová grafika (2)

(Základné rádiometrické veličiny, ich definície a význam. Definícia priestorového uhla. Tieňovacie algoritmy, ich popis a využitie. Lokálne osvetľovacie modely.)

7. Interakcia svetla s povrchom.

Počítačová grafika (2)

(Definícia BRDF. Druhy modelov BRDF. Rovnica odrazu. Ideálny odraz a lom.)

8. Ray tracing.

Počítačová grafika (2)

(Princíp metódy Ray tracingu. Výpočet prieniku lúča so základnými objektmi. Postupy urýchlenia výpočtov v Ray tracingu. Distribuovaný Ray tracing.)

9. Zobrazovacia rovnica.

Počítačová grafika (2)

(Definícia, význam a použitie zobrazovacej rovnice. Metódy riešenia zobrazovacej rovnice. Path tracing. Radiačná metóda (Radiosity). Výpočet form-faktorov.)

10. Tieň a textúry.

Počítačová grafika (2)

(Typy tieňov. Typy a popis algoritmov pre tvorbu tieňov. Textúrovanie a druhy textúr, mapovanie a filtrácia textúr.)

11. Analýza výpočtovej zložitosti algoritmov na príklade algoritmov triedenia.

Algoritmy a dátové štruktúry

(Např. Insertsort – triedenie vkladáním, Heapsort – triedenie na halde, Quicksort – rekurzívny rozklad vstupnej množiny prvkov a Countingsort – paradoxné triedenie bez porovnávania, za istých podmienok v lineárnom čase.)

12. Dátové štruktúry a zložitost' operácií na dátových štruktúrach.

Algoritmy a dátové štruktúry

(Elementárne dátové štruktúry, ako zásobník, rad a viazané zoznamy; hašovacie tabuľky, kde sú kolízie riešené zret'azaním, alebo pomocou otvorenej adresácie; binárne prehľadávacie stromy a operácie na nich.)

13. Navigácia a kooperácia vo virtuálnych svetoch.

Virtuálna a rozšírená realita

(Súradnicové systémy, grafický výstup a ISO model interakcie, kooperácia vo virtuálnych prostrediach, avatar, MPEG-4, kombinácia prirodzených a syntetických dát, možnosti navigácie a interakcie vo VRML.)

14. Generátory pseudonáhodných postupností, biely šum, Perlinov šum a turbulencia v PG.

Procedurálne modelovanie

15. Filtrácia vo frekvenčnej a priestorovej oblasti

Počítačové videnie

(Fourierova transformácia, konvolúcia, lineárne a nelineárne filtre, detekcia hrán)

16. Bezstratové kódy – posuvné, predikčné, kódovanie obrysov (kontúr, hraníc).

Kódovanie a spracovanie obrazu

17. Počítačová animácia, základné pojmy, matematický model podľa Szirmaya-Kalosa.

Počítačová grafika (3)

(Súradnicové systémy, kamera, svetlá, online a offline animácia, realistikosť pohybu, 4 etapy tvorby animácie (scenár, objekty, kľúčové políčka, medzipolíčka), parametrizácia kriviek, ISO definícia animácie, animačné metódy, parametrizácia kriviek.)

18. Dopredná kinematika. Skladanie transformácií pre artikulované štruktúry.

Počítačová grafika (3)

(Graf scény v 3D, prechádzanie siet'ou štruktúr, lokálna a globálna transformácia, maticové vyjadrenie a jeho klady a zápory, dopredná kinematika artikulovaných štruktúr, interpolácia rotácií.)

19. Textúry a ich využitie na zrýchlenie renderingu. Panorámy.

Počítačová grafika (3)

(Súradnicové systémy, textúrovanie, metóda pomocných povrchov, procedurálne textúry, spracovanie textúr pre panorámy a fasády, mapovanie prostredia a ďalšie využitia textúr, napr. pre uloženie predvypočítaného globálneho osvetlenia (multipass), mipmapping, prefiltering a postfiltering.)

20. Konštrukcia virtuálnych prostredí. Modelovanie a zobrazovanie virtuálneho mesta.

Počítačová grafika (3)

(Súradnicové systémy, graf scény, definície VR, snímanie a modelovanie urbánnych prostredí, terén, georeferencing a aplikácie urbánnych modelov.)

21. Rozšírená a zmiešaná realita. Referenčný model podľa Bimbera a Raskara.

Počítačová grafika (3)

(Súradnicové systémy, rozšírená realita a jej referenčný model, tri typy virtuálnych prostredí, tvorba GPS navigácie, počítačovej hry alebo virtuálneho múzea.)

22. Význačné body v obraze

Počítačové videnie

(Detekcia rohov, Harrisov detektor, SIFT)

23. Matematická morfológia

Počítačové videnie

24. Viacpohľadová geometria – Model konečnej projektívnej kamery

Počítačové videnie

25. Viacpohľadová geometria – Kalibrácia kamery

Počítačové videnie

26. Rozpoznávanie (lineárne) separabilných a neseperabilných tried

Rozpoznávanie obrazcov

(Separabilné a neseperabilné triedy, lineárna separabilita a vhodné rozpoznávacie metódy štatistického rozpoznávania, učenie a pri jednotlivých metódach a ich praktické použitie.)

27. Štatistické rozpoznávanie

Rozpoznávanie obrazcov

(Diskriminačné funkcie, pravidlo najbližšieho suseda, kritérium minimálnej chyby a Bayesovo pravidlo, vzťah uvedených metód.)

28. Syntaktické rozpoznávanie

Rozpoznávanie obrazcov

(Štruktúrálny popis: primitíva a relácie medzi nimi, inferencia gramatiky ako učenie, rozpoznávanie na základe syntaktickej analýzy, praktické použitie, vhodnosť použitia štruktúrálnych metód.)

29. Virtuálna populácia. Autonómni agenti a avatari.

Virtuálna a rozšírená realita

(Súradnicové systémy, virtuálne populácie, avatar a jeho riadenie vo VRML, autonómni agenti, virtuálna populácia v počítačových hrách.)

30. Deterministické a stochastické fraktály, fraktálny algoritmus presúvania stredného bodu v 2D a 3D.

Procedurálne modelovanie

31. Epipolárna geometria

Počítačové videnie

(Fundamentálna matica, esenciálna matica)

32. Rekonštrukcia obrazov – operácie opisujúce vznik poškodenia, metódy odstraňovania šumov.

Kódovanie a spracovanie obrazu

Otázky štátnych skúšok študijného programu mMPG, mMPGa, 2020
Počítačová grafika a geometria,
Predmet štátnej skúšky Geometrické modelovanie (GM1-32)

1. **Torzia krivky, Frenetove vzorce.**
Diferenciálna geometria
(Charakterizácia rovinných kriviek torziou. Prirodzené rovnice krivky.)
2. **Singulárne body kriviek.**
Diferenciálna geometria
(Poldotyčnice a klasifikácia singulárnych bodov. Evolúty, evolventy a ekvidistanty rovinných kriviek.)
3. **Hlavné smery a hlavné krivosti plochy, Gaussova krivosť.**
Diferenciálna geometria
(Weingartenovo zobrazenie. Definícia hlavnej krivosti jej výpočet. Definícia Gaussovej krivosti plochy, jej geometrický význam a vyjadrenie koeficientmi prvej a druhej základnej formy plochy.)
4. **Geodetiky.**
Diferenciálna geometria
(Definícia geodetiky a jej výpočet. Poligeodetické súradnice. Minimalizujúce vlastnosti geodetik.)

5. **Ideály a afinné algebraické variety.**
Algebraická geometria (1)
(Definícia afinného priestoru a afinnej algebraickej variety. Dualita variet a ideálov, Hilbertova veta o koreňoch - Nullstellensatz.)
6. **Zariského topológie, súradnicový okruh variety a zobrazenia variet**
Algebraická geometria (1)
(Rozklad variety na ireducibilné komponenty. Okruh regulárnych a pole racionálnych funkcií na variete. Morfizmy a racionálne zobrazenia. Racionálne variety.)
7. **Gröbnerova báza ideálu.**
Algebraická geometria (1)
(Usporiadanie monómov. Definícia Gröbnerovej bázy, jej vlastnosti. Buchbergerov algoritmus pre hľadanie Gröbnerovej bázy.)
8. **Eliminácia nularozmerného ideálu, rezultanty.**
Algebraická geometria (1)
(Hľadanie riešení sústavy polynomických rovníc pomocou Gröbnerovej bázy. Definícia rezultantu a jeho vlastnosti. Využitie rezultantov pri riešení sústavy polynomických rovníc.)

9. **Bernsteinove polynómy a ich základné vlastnosti, Bézierove krivky a ich základné vlastnosti.**
Modelovanie kriviek a plôch (1)
(Bernsteinove polynómy, nezápornosť, rozklad jednotky, symetria, rekurzívny vzťah, integrál, derivácia, reparametrizácia, Bézierova krivka, vzťah ku konvexnému obalu riadiacich bodov, hodograf, derivácie, afinná invariantnosť, nerastúca variácia, zvyšovanie a znižovanie stupňa, racionálne Bézierove krivky.)
10. **Casteljauov algoritmus vyčísl'ovania Bézierovej krivky, prerozdelenie, dotyčnica, polárna forma**
Modelovanie kriviek a plôch (1)
(Schéma Casteljauovho algoritmu, zjemnenie krivky na dva segmenty, dotykový vektor krivky, polárna forma polynómu a jej vlastnosti, riadiace vrcholy krivky ako hodnoty polárnej formy, vzťah Casteljauovho algoritmu a polárnej formy, hladké spojenie Bézierových segmentov.)
11. **B-splajnové krivky a ich vlastnosti.**
Modelovanie kriviek a plôch (1)
(Uzlová postupnosť, segment B-splajnovej krivky, polárna forma segmentov krivky, algebraické a geometrické vlastnosti B-splajnovej krivky vzhľadom na vlastnosti riadiacej lomenej čiary a uzlovej postupnosti, de Boorov algoritmus, vkladanie uzla, racionálne B-splajnové krivky.)
12. **Báza priestoru B-splajnových kriviek, vlastnosti jej prvkov a generovaného priestoru**
Modelovanie kriviek a plôch (1)
(Konštrukcia prvkov bázy, nezápornosť, lokálny nosič, rozklad jednotky, derivácia, lineárna nezávislosť, unimodalita, priestor B-splajnov nad danou uzlovou postupnosťou a jeho zmena pri vkladaní uzla.)
13. **Interpoláčn' krivky a ich konštrukcie.**
Modelovanie kriviek a plôch (1)
(Aitkenova, Lagrangeova, Newtonova a Hermitova interpolácia, kubický interpolačný splajn v Hermitovom a v Bézierovom tvare, Catmull-Romov splajn.)
14. **Numerické riešenie obyčajných diferenciálnych rovníc s počiatočnými podmienkami**
Numerická matematika pre grafikov
(Jednokrokové metódy – Euler napred a Euler spätná metóda, Vylepšená polygónová metóda, Crank-Nicolsonova metóda, Runge-Kutta metódy, Viackrokové metódy – Adams-Bashforthova a Adams-Moultonove metódy, Metódy prediktor-korektor.)
15. **Trojuholníkové B-splajnové záplaty a ich vlastnosti, B-splajnové plochy.**
Modelovanie kriviek a plôch (3)
(Geometrická hladkosť kriviek a plôch, trojuholníkové B-záplaty, konštrukcia pomocou polárnych foriem, DMS splajny.)
16. **Rafinačné schémy kriviek a plôch (subdivision curves and surfaces).**
Modelovanie kriviek a plôch (4)
(Princíp rafinačných algoritmov, Chaikinov algoritmus, interpolačné schémy, Loopova schéma, Doo-Sabinova schéma, motýlia schéma, matematické otázky konvergenzie, hladkosť výsledku, súvis rafinačných schém s konštrukciami splajnov.)

17. **Pojem topologického priestoru, axiomy oddeliteľnosti, konvergencia.**
Topológia a funkcionálna analýza
(Definícia topologického priestoru, báza topológie, spojité zobrazenia a ich vlastnosti, najbežnejšie konštrukcie topologických priestorov, T_0 - T_4 priestory a ekvivalentné podmienky, pojem konvergenzie v topologickom priestore.)

18. **Kompaktné priestory, súvislé priestory, lokálne euklidovské priestory a ich správanie vzhľadom na obvyklé topologické konštrukcie.**
Topológia a funkcionálna analýza
 Pokrytie, kompaktnosť množiny, ekvivalentné podmienky kompaktnosti, kompaktnosť vo vzťahu k Hausdorffovým priestorom a spojitým zobrazeniam, Tichonovova veta, súvislosť priestorov, vzťah súvislých priestorov a spojitých zobrazení, lokálne definované zobrazenie, euklidovská varieta.)
19. **Lineárne normované priestory, Hahnova-Banachova veta, Banachova-Schauderova, Banachova-Steinhausova veta.**
Topológia a funkcionálna analýza
 Norma, priestor s normou, príklady, skalárny súčin, norma odvodená od skalárneho súčinu, topológia daná normou, ekvivalencia noriem, algebraická báza, lineárne zobrazenie, Banachov priestor, charakterizácia konečnorozmernosti priestoru, duálny priestor, Hahnova-Banachova veta a jej dôsledky, veta o otvorenom zobrazení, Banachova-Steinhausova veta.)
20. **Hilbertove priestory, ortogonálne systémy funkcií a ich vlastnosti.**
Topológia a funkcionálna analýza
 Hilbertov priestor, ortogonálny doplnok a jeho vlastnosti, rozvoj podľa ortonormálnej množiny, Besselova nerovnosť, Rieszova-Fischerova veta, Rieszova veta, totálna množina a báza Hilbertovho priestoru, ekvivalentné podmienky totálnosti, Parsevalova rovnosť, vybrané lineárne transformácie a ortogonálne bázy.)

21. **Konštrukcia plôch pomocou tenzorového súčinu z kriviek**
Modelovanie kriviek a plôch (2)
 (Tenzorovo-súčinové Bézierove záplaty, ich vlastnosti a vyčísl'ovanie, konštrukcia dotykovej roviny, výpočet derivácií, zvyšovanie stupňa, zjemnenie, racionálne tenzorovosúčinové záplaty.)
22. **Trojuholníkové Bézierove záplaty, Casteljauov algoritmus a súvis s polárnou formou.**
Modelovanie kriviek a plôch (2)
 (Bernsteinove polynómy dvoch premenných a ich vlastností, konštrukcia záplaty a jej vlastností vzhľadom ku riadiacemu pletivu, vyčísl'ovanie bodu záplaty, vyčísl'ovanie dotykovej roviny, zjemnenie, zdvihnutie stupňa, racionálne trojuholníkové záplaty.)
23. **Interpolačné záplaty.**
Modelovanie kriviek a plôch (2)
 (Bilineárne plochy, priamkové plochy, bilinéarne a bikubické Coonsove záplaty, Gordonove záplaty, trojuholníkové Coonsove záplaty, interpolácia siete kriviek.)
24. **Hladké spájanie záplat do väčších celkov.**
Modelovanie kriviek a plôch (2)
 (Pojem parametrickej hladkosti, spojenie tenzorovosúčinových záplat pozdĺž spoločnej hranice, spojenie trojuholníkových záplat pozdĺž spoločnej hranice, spojenie trojuholníkovej a tenzorovosúčinovej záplaty pozdĺž spoločnej hranice, tenzorovo-súčinové B-splajnové plochy a ich hladkosť.)

25. **Vybrané vlastnosti konvexných mnohostenov v E^d , konštrukcia konv. obalov diskkrétnej množiny bodov v E^2 , E^3 a E^d .**
Výpočtová geometria
 (Konvexný obal, konvexný mnohosten, oporná nadrovina, steny mnohostena a ich vlastnosti, polarita, polárny obraz konvexného mnohostena a jeho vlastností, konštrukcie konvexného obalu konečnej množiny bodov, udržiavanie konvexného obalu, konštrukcia konvexného obalu jednoduchého mnohoúhelníka.)
26. **Algoritmy lokalizácie bodu v rozklade roviny podľa rovinného grafu s priamymi hranami. Metódy geometrického prehľadávania.**
Výpočtová geometria
 (Lokalizácia v konvexných, hviezdicových a jednoduchých mnohoúhelníkoch, metóda pásov, metóda postupných triangulácií, metóda reťazcov, metóda lichobežníkových oblastí, detekcia bodov v axiálnom obdĺžniku pomocou dominancie, segmentového stromu a postupného kaskádovania.)
27. **Voronoiov diagram, Delaunayova triangulácia, vlastnosti a vzťahy medzi nimi.**
Výpočtová geometria
 (Definícia a základné vlastnosti VD a DT, ich duálny vzťah, vzťah s konvexným obalom, najbližším párom generátorov, vzťah medzi DT, VD prostredníctvom rotačného paraboloidu $z = x^2 + y^2$, podgrafy DT.)
28. **Konštrukcie a aplikácie Voronoiovoho diagramu a Delaunayovej triangulácie.**
Výpočtová geometria
 (Algoritmus preklápania diagonál pre tvorbu DT, Fortuneho zametací algoritmus tvorby VD, inkrementálny algoritmus pre VD, zovšeobecnenia VD, aproximácia úlohy obchodného cestujúceho.)
29. **Prienik množiny úsečiek, mnohoúhelníkov v E^2 , prienik mnohostenov v E^3 .**
Výpočtová geometria
 (Prienik konvexných mnohoúhelníkov, prienik mnohoúhelníkov, prienik množiny úsečiek, prienik množiny polrovín, jadro jednoduchého mnohoúhelníka, prienik konvexných mnohostenov v E^3 .)

30. **Numerické riešenie lineárnej okrajovej úlohy v 1D**
Numerická matematika pre grafikov
 (Metóda konečných diferencií – bez konvekčného člena, s konvekčným členom – schéma $O(h^2)$ a schéma s upwindom, rôzne typy okrajových podmienok.)
31. **Geometria pletív (mesh).**
Modelovanie kriviek a plôch (3)
 (Bunkový komplex dimenzie 2, duálny komplex, aproximácia normály, aproximácia krivosti, operácie na pletivách.)
32. **Variačné techniky v modelovaní kriviek a plôch.**
Modelovanie kriviek a plôch (4)
 (Vizualizačné metódy implicitne definovaných kriviek a plôch, niektoré geometrické charakteristiky implicitne definovaných kriviek a plôch – normála, krivosť, princíp variačného modelovania, Newtonova metóda hľadania koreňa, SQP algoritmus pre optimalizáciu, numerický algoritmus päty kolmice z bodu na krivku resp. plochu.)

Počítačová grafika a geometria, mMPG

Charakteristika študijného programu

Študijný program sa zameriava na moderné metódy spracovania dát pomocou postupov počítačovej vizualizácie. V širšom základe sa študujú geometrické štruktúry uplatnené pre algoritmy počítačovej geometrie a grafiky.

Čo vás čaká v študijnom programe?

V rámci povinných predmetov získajú poslucháči ucelené vedomosti z viacerých oblastí matematiky, súvisiacich s geometriou. V rovnakej miere získajú poslucháči teoretické i praktické vedomosti a zručnosti v modelovaní geometrických útvarov, tvorby obrazov scén a ich animácie a z počítačového videnia. Každý z uvedených smerov vrátane aplikácií si študenti môžu individuálne prehliadnúť a rozšíriť vhodne volenými povinne voliteľnými a výberovými predmetmi študijného programu a voľbou témy diplomovej práce. Naši vyučujúci vyvíjajú nepretržitú medzinárodne akceptovanú výskumnú činnosť v problematike študijného programu v takej miere, aby najtalentovanejší študenti už počas štúdia aktívnou účasťou mohli získať nové poznatky, ktoré akceptuje medzinárodná vedecká komunita.

Záverečné práce

Predmetom diplomovej práce je riešenie zadaného problému z geometrického modelovania, počítačovej grafiky alebo počítačového videnia, alebo analýza, návrh riešenia a implementácia riešenia problému aplikačného charakteru.

Príklady úspešných záverečných prác našich študentov:

- Refining Procedures on Mesh via Algebraic Fitting (Tibor Stanko, 2014)
- Scalable Multifunctional Indoor Scanning System (Tomáš Kovačovský, 2012)
- Real-time Lighting Effects using Deferred Shading (Michal Ferko, 2012)
- Rozmiestňovanie geometrických útvarov v diskretnej rovine (Radovan Mikuš, 2000)

Uplatnenie absolventov

Absolvent v študijnom programe Počítačová grafika a geometria rozumie do hĺbky študovaným teóriám, metódam a postupom matematiky a informatiky a je schopný samostatne a tvorivo ich používať a rozvíjať. Na tomto základe je schopný používať a rozvíjať metódy a výpočtové postupy na tvorbu a analýzu matematických a najmä geometrických modelov a simulácií rozličnej povahy. Absolvent je teoreticky i prakticky pripravený tak, aby mohol odborne pracovať pri príprave rozsiahlych programových produktov zo všetkých oblastí grafických aplikácií, pôsobiť ako výskumný pracovník v rôznych zariadeniach základného a aplikovaného výskumu, pôsobiť ako asistent na rôznych typoch vysokých škôl vo výučbe matematiky, obzvlášť so zameraním na geometrické a grafické disciplíny, študovať v treťom stupni vysokoškolského vzdelávania v študijnom programe študijného odboru Geometria a topológia, resp. v programoch príbuzných študijných odborov, najmä Informatika.

Príklady profesií podľa nadobudnutej spôsobilosti:

- Programátor-analytik v rôznych oblastiach spoločenskej praxe, v ktorých sa významným spôsobom využíva počítačová grafika, najmä interaktívna, na pozíciách vyžadujúcich hlbokú znalosť princípov tvorby realistických obrazov a animácií. Ide napríklad o oblasť kinematografie, reklamy, zábavného priemyslu (počítačové hry) a tvorby graficky zložitých webovských stránok.
- Výskumný a vývojový pracovník v oblastiach, v ktorých významnú úlohu zohrávajú zložité aplikácie geometrie a počítačovej grafiky, ako je napríklad:
 - modelovanie rovinných a priestorových objektov ľubovoľného tvaru (v odevníctve, v obuvníctve, v strojárstve a inde),
 - rekonštrukcia trojrozmerných objektov z ich dvojrozmerných obrazov,
 - rekonštrukcia trojrozmerných objektov z diskretných dát (v medicíne, v kartografii a inde),
 - vizualizácia zložitých, najmä mnohorozmerných dát.