

Všeobecný postup pre výpočet vzorkovania smeru na jednotkovej guli, ak je daná funkcia hustoty pre určenie smeru $p(\omega)$

Majme danú jednotkovú sféru ($r = 1$), vyjadrenú pomocou uhlov θ a φ :

$$\begin{aligned}x &= \sin \theta \cos \varphi \\y &= \sin \theta \sin \varphi \\z &= \cos \theta\end{aligned}$$

a funkciu $\tilde{p}(\omega)$. Pre túto sústavu dostávame Jakobián $|J| = \sin \theta$.

Najskôr nájdeme pomocou normalizácie takú konštantu C , aby $\int_{\Omega} C \tilde{p}(\omega) d\omega = 1$. Týmto získame funkciu hustoty $p(\omega) = C \tilde{p}(\omega)$.

Potom postupujeme podľa nasledujúcich krokov:

1) Transformujeme hustotu pravdepodobnosti $p(\omega)$ na $p(\theta, \varphi)$:

$$p(\theta, \varphi) = p(\omega)|J| = p(\omega) \sin \theta.$$

2) Vypočítame marginálnu hustotu pravdepodobnosti $p(\theta)$:

$$p(\theta) = \int_0^{2\pi} p(\theta, \varphi) d\varphi.$$

3) Potom vypočítame podmienenú hustotu pravdepodobnosti $p(\varphi | \theta)$:

$$p(\varphi | \theta) = \frac{p(\theta, \varphi)}{p(\theta)}.$$

4) Z funkcie hustoty pravdepodobnosti $p(\theta)$ odvodíme kumulatívnu distribučnú funkciu:

$$P(\theta) = \int_0^{\theta} p(\theta') d\theta'.$$

5) Ďalej vypočítame podobným spôsobom kumulatívnu distribučnú funkciu pre podmienenú funkciu hustoty $p(\varphi | \theta)$:

$$P(\varphi | \theta) = \int_0^{\varphi} p(\varphi' | \theta) d\varphi'.$$

6) Nakoniec pomocou inverznej transformácie vyjadríme vzťah pre výpočet uhlu θ z náhodnej premennej ξ_1 :

$$\theta = P^{-1}(\xi_1), \quad \xi_1 \sim \mathcal{U}(0, 1).$$

7) Podobne určíme uhol φ z náhodnej premennej ξ_2 :

$$\varphi = P^{-1}(\xi_2 | \xi_1), \quad \xi_2 \sim \mathcal{U}(0, 1).$$

Ak vygenerujeme ξ_1 a ξ_2 z rovnomerného rozdelenia a aplikujeme uvedený postup, dostaneme hodnoty uhlov θ a φ , ktoré majú dané rozdelenie $p(\theta, \varphi)$.