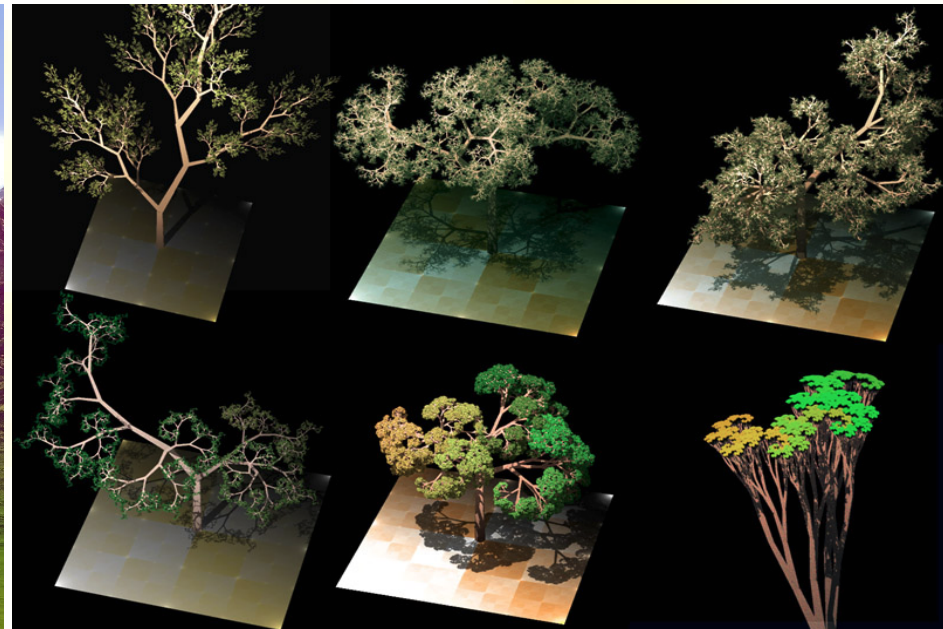


Modelovanie objektov

Fraktály a L-systémy

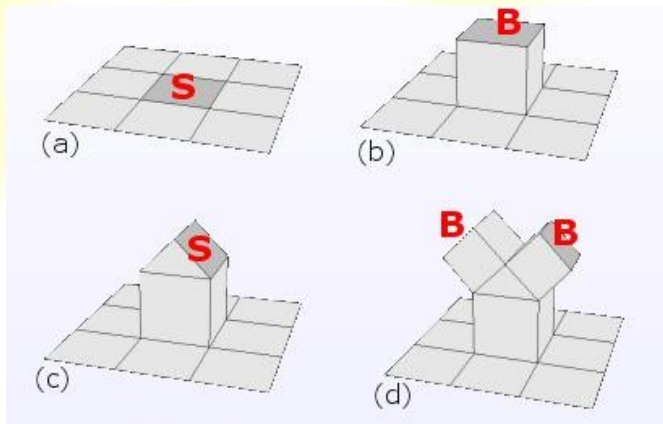
Typické triedy procedurálnych metód pre tvorbu objektov sú:

- Fraktálny terén
- L-systémy (stromy)

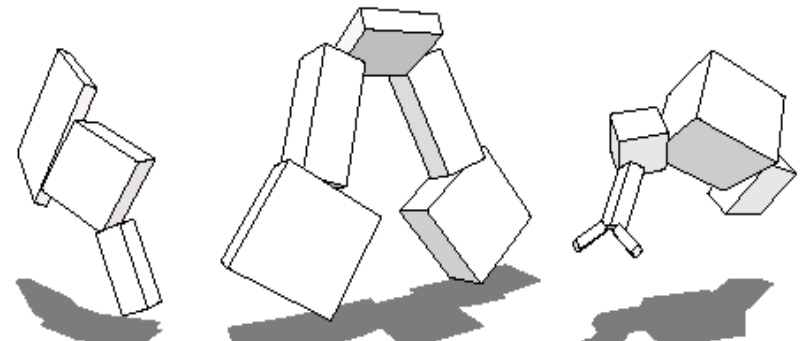
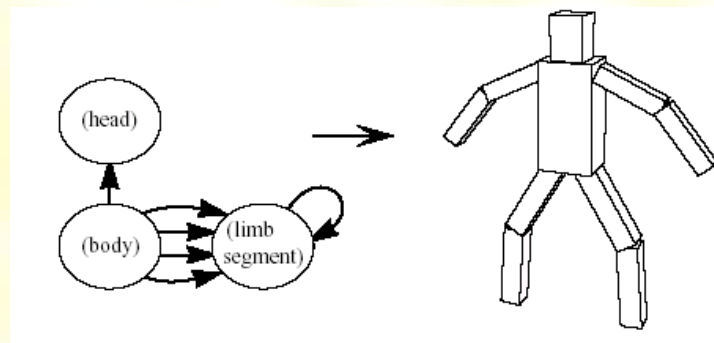


Evolúcia tvarov

- Evolúcia fenotypu (vplyv prostredia): L-systémy

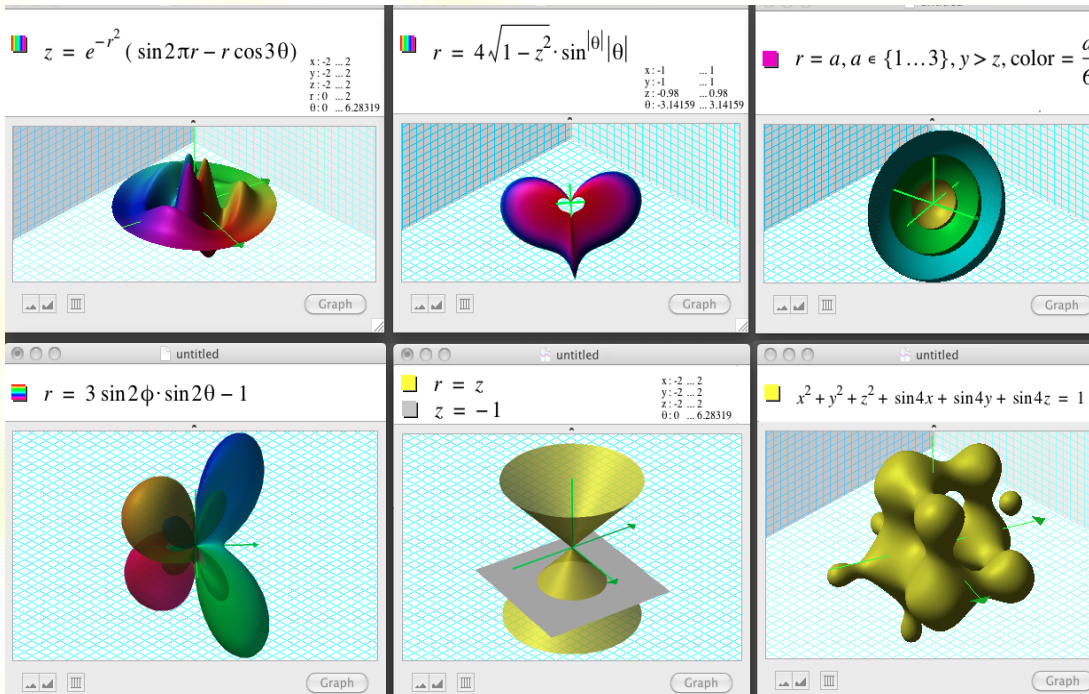
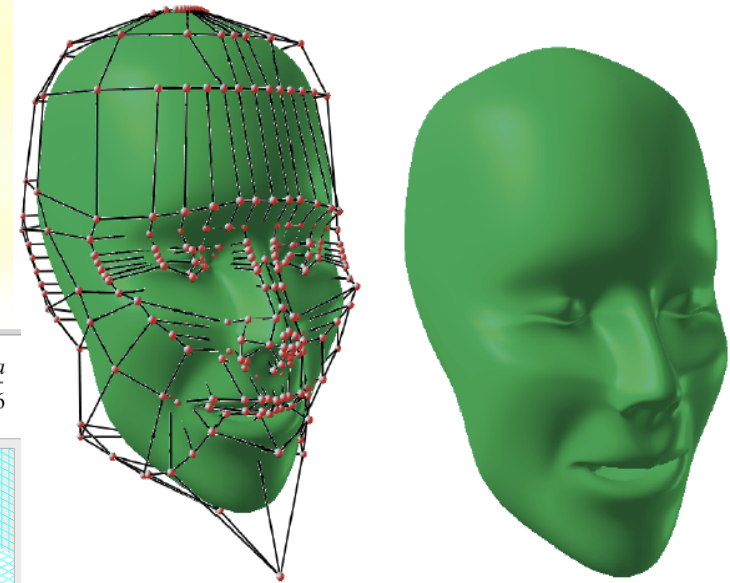


- Evolúcia genotypu: genetický algoritmus



Objekty z funkcií

- Explicitné, implicitné, parametrické funkcie
- Splajnové krivky a plochy
- Skladanie a spájanie funkcií

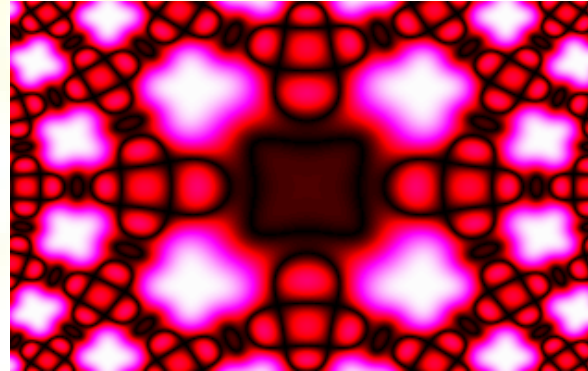
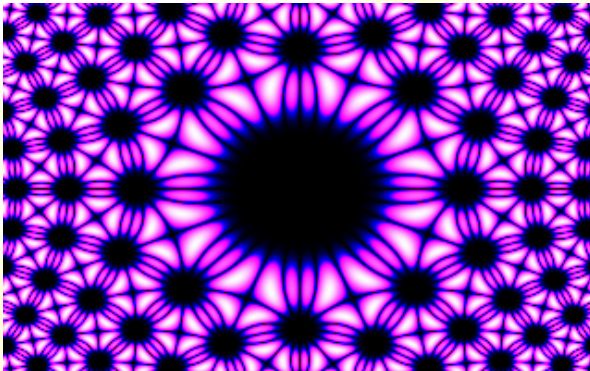
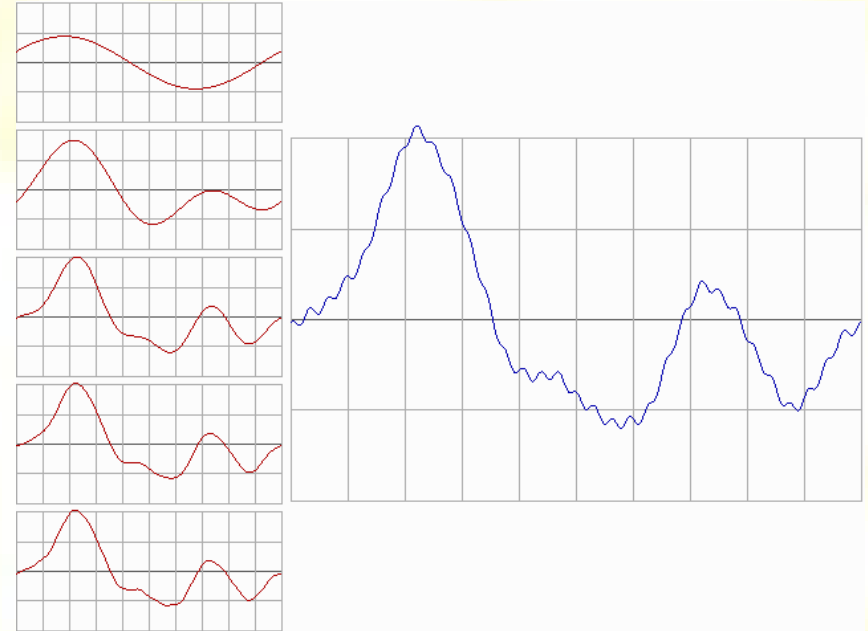


Sústava súradníc:

- karteziánska
- polárna

Explicitné funkcie

- Priestor 1D, 2D, 3D
- $z = f(x, y)$
 $z = \sin(x)\cos(y)$
- Sčítanie funkcií ->
Fourierova syntéza
- Krása funkcií:



Implicitné a parametrické funkcie

- $F(x, y, z) = 0$

$$x^2 + y^2 + z^2 - r^2 = 0$$

- $[x, y, z] =$

$$[f(u, v), g(u, v), h(u, v)]$$

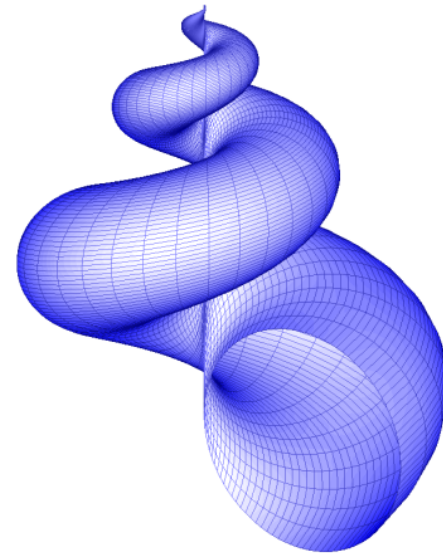
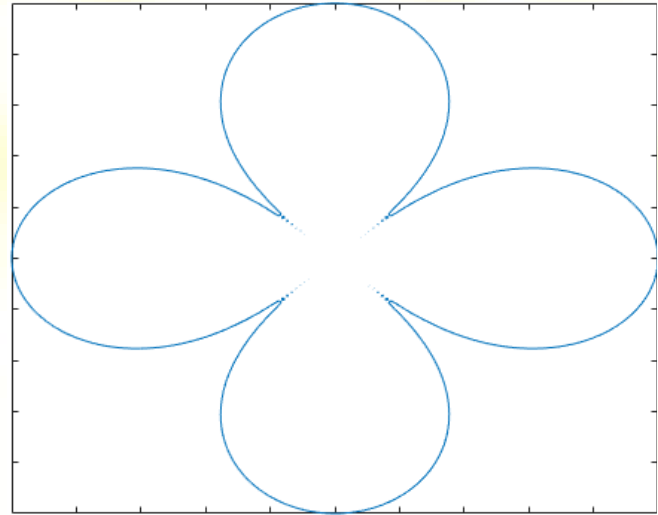
$$x = r \sin(u) \cos(v)$$

$$y = r \cos(u) \cos(v)$$

$$z = r \sin(v)$$

$$u \in (0, 2\pi) \quad v \in (-\pi/2, \pi/2)$$

$$(x^2 + y^2)^4 = (x^2 - y^2)^2$$



F-rep (objekty tvorené funkciami)

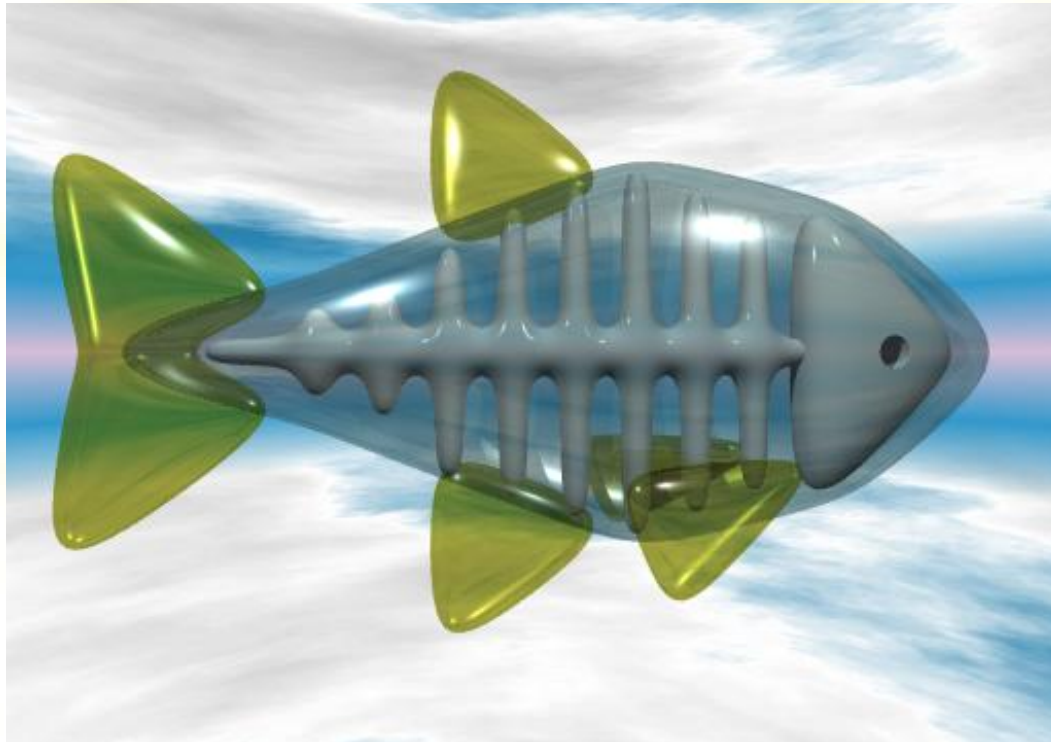
- Geometrický objekt je definovaný funkciou v \mathbb{R}^n
 $f(x_1, \dots, x_n) \geq 0$
- Využíva sa CSG (Constructive Solid Geometry)
zjednotenie: $f = f_1 \mid f_2$
prieniak: $f = f_1 \& f_2$

$$f_1 \mid f_2 = \frac{1}{1 + \alpha} (f_1 + f_2 + \sqrt{f_1^2 + f_2^2 - 2\alpha f_1 f_2})$$

$$f_1 \& f_2 = \frac{1}{1 + \alpha} (f_1 + f_2 - \sqrt{f_1^2 + f_2^2 - 2\alpha f_1 f_2})$$

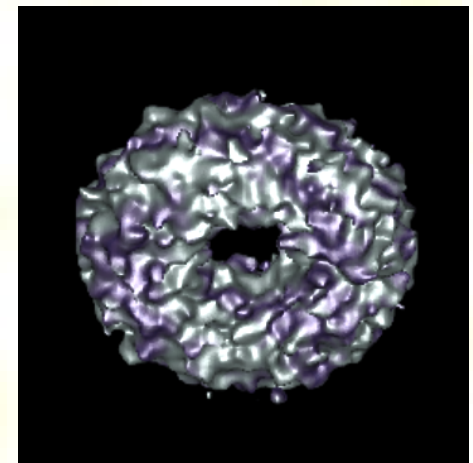
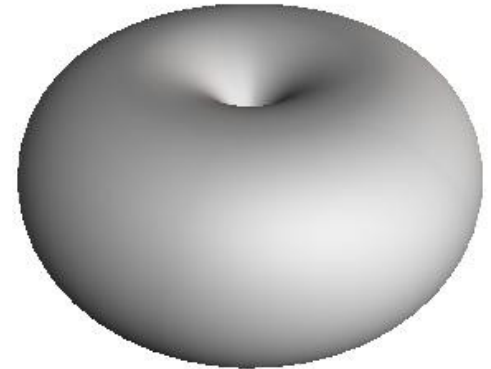
F-rep (objekty tvorené funkciami)

- **HyperFun.org** vytvorili špecializovaný vysokoúrovňový jazyk pre modelovanie objektov v *kD* rozmernom priestore pomocou funkcií



Posúvanie vrcholov

- Vstup: 3D objekt, transformácie
- Výstup: posunuté vrcholy
- Transformácia môže byť určená: funkciami, predpisom, textúrou, ...



Fuzzy objekty

- Objekty tvorené pravdepodobnostnými funkciami
- Majú neurčité tvary
- Plyny, tekutiny, oheň, vlasy, srst', ...
- Využívajú spojenie funkcií hustoty a objektov opísaných implicitnými funkciami
- Časticové systémy



L-systémy

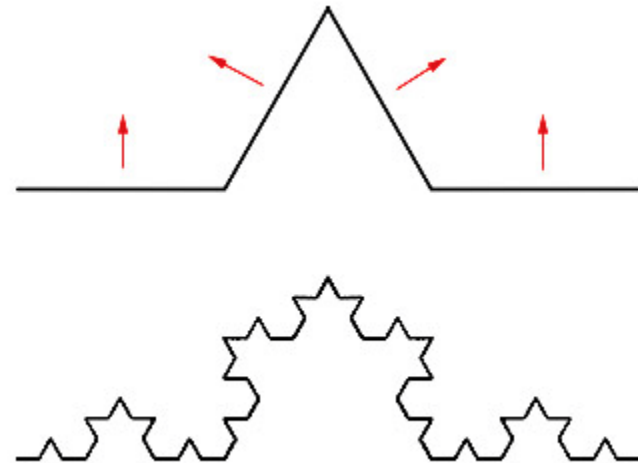
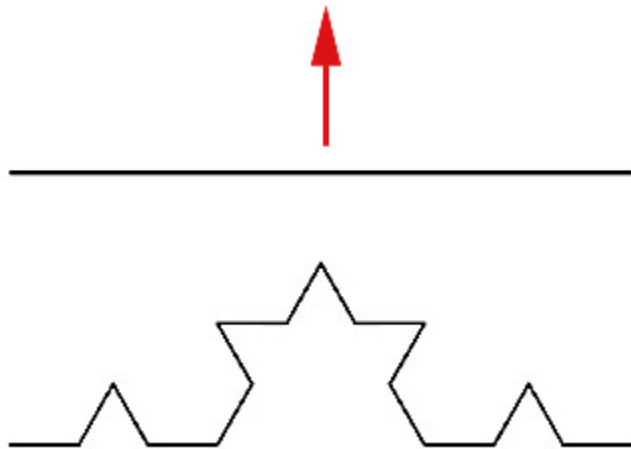
- Boli vytvorené ako matematická teória pre konštrukciu a modelovanie rastu rastlín Aristidom Lindenmayerom
- Je to varianta formálnej gramatiky popisujúcej v teoretickej informatike formálny jazyk, pričom hlavným rozdielom je, že pravidlá sa prepisujú paralelne
- Ďalším významným teoretikom je Przemyslaw Prusinkiewicz

Čo sú L-systémy?

- Je to technika pre definovanie komplexných objektov postupným prepisovaním a nahradzovaním prvotného objektu
- Základom je prepisovanie/substitúcia reťazcov na základe definovaných pravidiel
- Typickým príkladom objektu vytvoreného pomocou L-systému je Kochova krivka

Čo sú L-systémy?

- Spôsob vytvorenia Kochovej krivky pomocou iniciátora a generátora



DOL-systemy

- DOL – deterministický, bezkontextový systém je najjednoduchšia forma L-systémov
- Príklad:
uvažujme reťazec tvorený písmenami a, b .
Priradíme každému písmenu prepisovacie pravidlo, napr.: $b \rightarrow a, a \rightarrow ab$

DOL-systemy...

- Proces začíná z tzv. axiomu, v našem příklade z b . Po čase vznikne dlhý reťazec písmen:

$b \rightarrow a \rightarrow ab \rightarrow aa \rightarrow aba \rightarrow abaab \rightarrow \dots$

Formálna definícia

- L-systém je usporiadaná trojica

$G = \langle V, w, P \rangle$, kde:

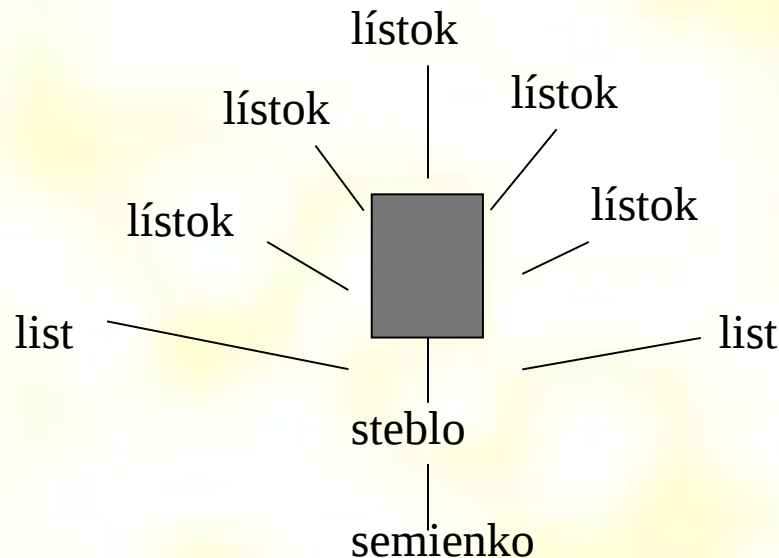
V – množina znakov systému

w – prvok z V , je neprázdne slovo – axiom

P – konečná množina pravidiel

Geometrické modelovanie

- Rastliny sa vytvárajú pomocou pravidiel zo semienka (axiomu)



Grafické modelovanie

- Reťazce môžu byť interpretované korytnačou grafikou (jazyk LOGO)
- Stav korytnačky: (x, y, α)
 (x, y) = pozícia
 α = natočenie hlavy
- Ak je daný krok d a prírastok uhla δ , môžeme vykonaním príkazov nakresliť krivku

Príkazy korytnačej grafiky

- Príkazy môžeme reprezentovať symbolmi:
 - F - posuň vpred o dĺžku d , kresli úsečku
 - f - posuň dopredu bez kreslenia
 - +/- - otoč hlavu vľavo/vpravo o uhol δ
 - [- zapamätaj aktuálny stav
 -] - obnov zapamätaný stav

Príklad korytnačej grafiky

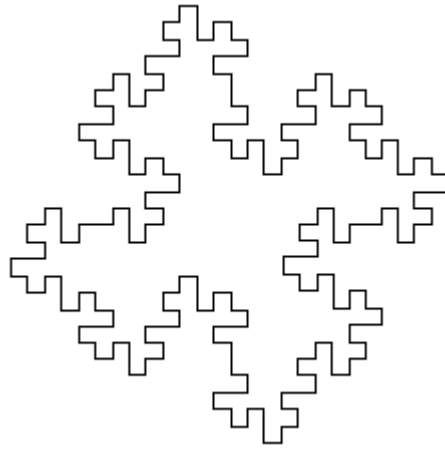
• $w: F+F+F+F$

$P: F \rightarrow F+F-F-FF+F+F-F$

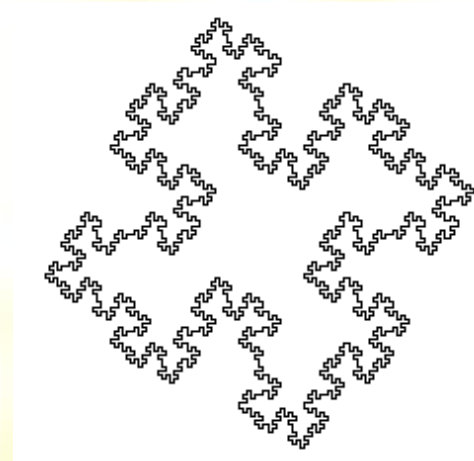
uhol $\delta = 90^\circ$



$n = 0$



$n = 1$



$n = 2$

Rozšírenie L-systémov

- Zátvorkové (stromové)
- Stochastické
- Kontextové
- Parametrické
- Otvorené, časované, mapové

Zmeny vo výsledkoch môžeme dosiahnuť aj náhodnou zmenou parametrov korytnačej grafiky – uhla a dĺžky v každom kroku pri vykonávaní pravidla

Stochastické L-systémy

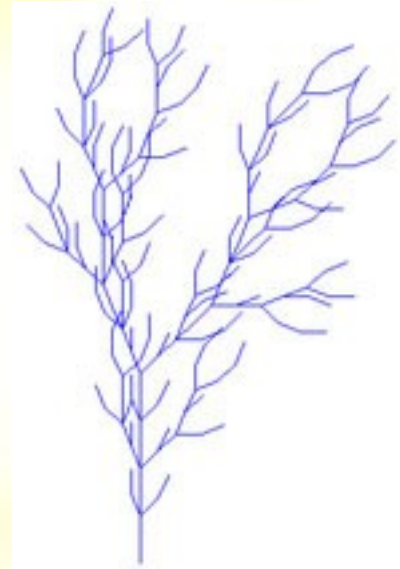
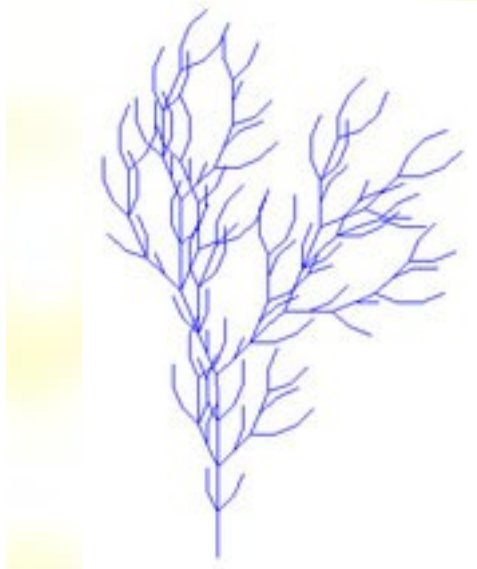
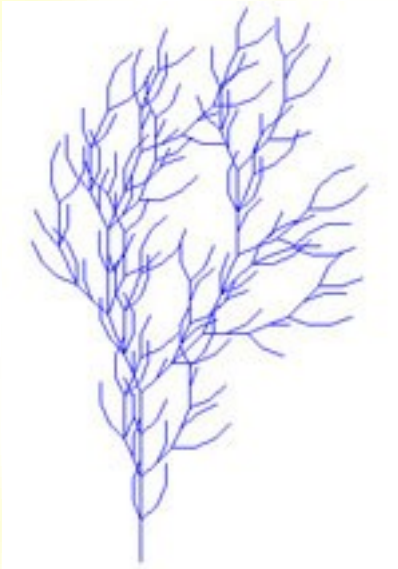
- Existuje viac pravidiel pre náhradu jedného symbolu
- Každému pravidlu je priradená hodnota pravdepodobnosti jeho výberu
- Súčet týchto pravdepodobností musí byť pre každý symbol rovný jednej

$F \rightarrow (0.5) FF + [+F-F-F] - [-F+F+F]$

$F \rightarrow (0.5) FF + [+F-F] - [-F+F]$

Stochastické L-systémy

- Každé spustenie systému vygeneruje iný útvar:



Parametrické L-systémy

- Diskrétna povaha L-systémov je problémom pri modelovaní spojitých procesov
- K symbolom L-systému sa môžu priradiť rôzne numerické parametre, ktoré potom ovplyvňujú pravidlá (hodnota posunu, natočenia, farby, hrúbky...)

$$A(p) : p < P \rightarrow F[+L][-L]A(p+d)$$

$$A(p) : p = P \rightarrow F[+L][-L]B$$

$$B \rightarrow K$$

Kontextové L-systémy

- Výber použiteľného pravidla závisí na práve nahradzovanom symbole a na jeho kontexte t. j. symboloch pred a za ním
- Aplikácia kontextového pravidla má prednosť pred aplikáciou bezkontextového pravidla s rovnakým prepisovaným symbolom

$f \langle F \rightarrow f$

$f \rightarrow F$

pre F bez kontextu $f \langle F$ platí $F \rightarrow F$

Kombinácia L-systémov

- Rôzne typy L-systémov môžu byť skombinované do jedného L-systému, napr. kontextové s parametrickými:

$$A(x)\langle B(y)\rangle C(z):x+y+z>10\rightarrow E((x+y)/2) F((y+z)/2)$$

Napr. symbol $B(5)$, ktorý sa nachádza v kontexte:

... $A(4)B(5)C(6)$...

bude pri tejto operácii nahradený parametrickým reťazcom:

$E(4.5) F(5.5)$

Ďalšie L-systémy

- Otvorené nedeterministické kontextové parametrické L-systémy umožňujú napr. interakciu modelu rastliny s jej okolím
- Časované L-systémy umožňujú simulovať vývin prebiehajúci v spojitom čase
- Mapové L-systémy sú určené prepisovacím systémom, ktorý nepracuje nad reťazcami ale nad „mapami“ (rovinný graf obsahujúci cykly)

Aplikácie L-systémov

- L-systémy sa používajú pre simulovanie rastu a správania rastlín a biologických systémov
- Nie sú obmedzené iba na biologické systémy: uplatňujú sa aj pri stavbách – tvare objektov, ako sú budovy, cesty, komunikácie, atď.

Aplikácie L-systémov

