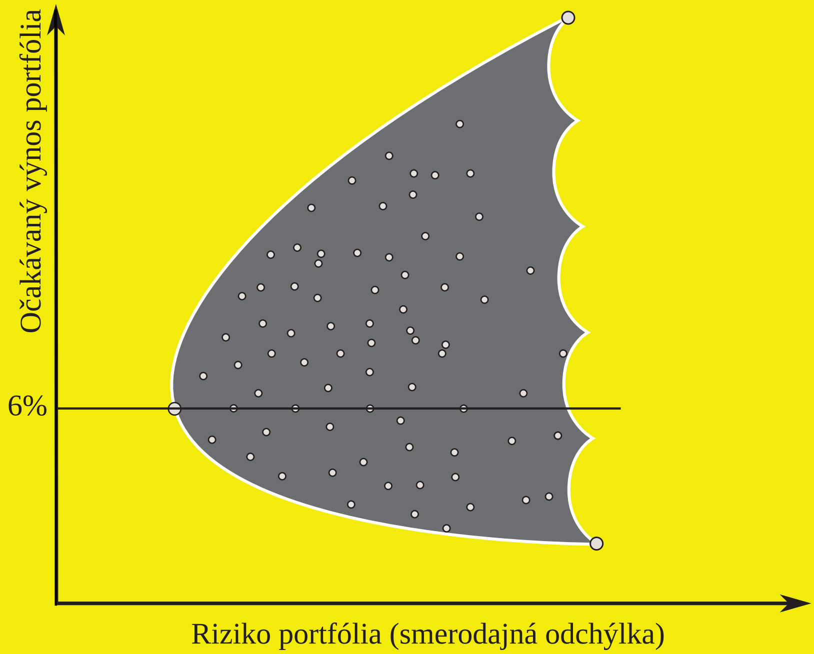

Stochastické analýzy finančných trhov

Mária Bohdalová Michal Greguš

Univerzita Komenského v Bratislave

M.Bohdalová M.Greguš Stochastické analýzy finančných trhov

STOCHASTICKÉ ANALÝZY FINANČNÝCH TRHOV

MÁRIA BOHDALOVÁ, MICHAL GREGUŠ

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE
2012

Stochastické analýzy finančných trhov

Mária Bohdalová, Michal Greguš

Vedecká monografia

Vydavateľ: Univerzita Komenského v Bratislave
www.uniba.sk
Tlač: Alfa print, s.r.o. Martin
www.alfaprint.sk

Grafický návrh obálky: Martin Bohdal
Technická spolupráca: RNDr. Róbert Bohdal, PhD.
Ondrej Bohdal

Bratislava 2012

Recenzenti: Prof. RNDr. Magdaléna Komorníková, CSc.
Ing. Vladimír Valach, MBA

© Mária Bohdalová, Michal Greguš, 2012

ISBN 978-80-223-3318-4

Obsah

Predhovor

Monografia je venovaná finančnému modelovaniu nielen z pohľadu teoretika, ale aj z pohľadu investora. Zároveň sa sústreďuje aj na metodický postup ako aplikovať modely stochastickej analýzy finančných trhov v reálnej praxi.

Ešte donedávna bolo investovanie na finančných trhoch doménou inštitucionálnych hráčov, bánk, poisťovní, hedge fondov a spoločností, ktoré napríklad zaisťovali svoje menové riziko. Finančné trhy sa v uplynulých rokoch dramaticky otvorili a dnes ponúkajú zaujímavé investičné príležitosti nielen inštitucionálnym investorom, u ktorých niekedy nemožno poprieť pretrvávajúci trend ku konzervativizmu, ale i súkromným investorom, ktorí chcú vyskúšať svoje podnikateľské schopnosti na tomto dynamicky sa meniacom trhu a zároveň diverzifikovať svoje investície. Obzvlášť zaujímavým sa stal tento trh v súčasnom krízovom období posledných štyroch rokov, najmä kvôli extrémne zvýšenej rizikovosti v podnikaní na tomto trhu. Je známe, že zvýšené riziko často nesie so sebou v určitých situáciách aj potenciál vysokých ziskov.

V tejto monografii sme sa snažili detailne popísať vybrané stochastické modely, ktoré sú vhodné na použitie pri výpočte rizika diverzifikovaných portfólií akcií a vysvetliť princípy a metodiku ich použitia v reálnych obchodoch na finančných trhoch. Monografia sa nezaoberá hybnými silami finančného sveta a ani neanalyzuje stratégie investovania na finančných trhoch. Samozrejme podstatnú rolu hrá psychológia, preto by pri obchodovaní na finančných trhoch nemal investor podliehať emóciám a zmieriť sa s tým, že nie každý obchod musí byť ziskový.

Priekopnícka práca Harry Markowitza v päťdesiatych rokoch, otvorila cestu sofistikovaným štatistickým a matematickým technikám do sveta financií a investičného manažmentu. Môže vzniknúť otázka, vzhľadom k súčasnému stavu ekonomiky, či sú matematické prístupy odôvodnené. Predsa len existuje veľa zákonov ekonomickej a finančnej teórie, vyjadrené v jazyku štatistiky a matematiky, ktoré majú vplyv na riadenie investícií a môžeme ich považovať za empiricky dobre zavedené a vedecky podložené. Dôsledkom toho je, že každý investor by mal byť oboznámený so štatistickými a matematickými technikami. Investiční manažéri musia správne chápať riziko a výnos, ktorý je spojený s investovaním. Čiže musia byť schopní získavať informácie napríklad aj z časových radov. Základné matematické modely musia byť jednoduché, ale zároveň musia vyjadrovať ekonomické pozadie problému.

Zložitosť nástrojov sa stáva kľúčovou hnacou silou a to platí aj pre rastúce využívanie matematiky v oblasti financií. Je potrebné pochopiť za relatívne jednoduchých predpokladov pravdepodobnostné správanie sa základných premenných a toto následne preložiť do potenciálne veľmi zložitého pravdepodobnostného správania sa finančných produktov.

Publikácia je navrhnutá tak, aby pokryla základy procesu finančného rozhodovania, jeho ekonomické a matematické základy. Prináša finančné modely a teórie, vrátane Markowitzovho modelu, CAPM, faktorových modelov, modelov založených na podmienených pravdepodobnostiach a Bayesovej štatistike a alternatívne prístupy k investovaniu.

Mária Bohdalová
Michal Greguš

Kapitola 1

Finančné modelovanie od Lausanskej školy po súčasnosť

Matematický rozvoj súčasnej hospodárskej a finančnej teórie začal v Lausanne, vo Švajčiarsku na konci devätnásteho storočia rozvojom matematickej teórie rovnováhy. Matematickú teóriu rovnováhy rozpracovali Leon Walras a Pareto Wilfred. Krátko potom, na začiatku dvadsiateho storočia, Louis Bachelier v Paríži a Filip Lundberg v Uppsale (Švédsko) napísali dva fundamentálne príspevky, v ktorých vyvinuli sofistikované matematické nástroje na opis náhodných cenových a rizikových procesov. Ich výskum však predstihol svoju dobu. Ďalší pokrok bol urobený oveľa neskôr, až v dvadsiatom storočí, vďaka rozvoju počítačov. Vďaka tomu, že pomocou počítačov sa dajú vypočítať približné riešenia zložitých problémov, je možné aplikovať matematické metódy na riešenie ekonomických a finančných problémov.

Prvé kolo inovácií nastalo v rokoch 1950 až 1960. Kenneth Arrow a Georges Debreu zaviedli pravdepodobnostné modely pre trhy a definovali pojem podmienená pohľadávka. V roku 1952, Harry Markowitz popísal matematicky princípy investičného procesu pomocou optimalizácie úžitkovej hodnoty. V roku 1961, Franco Modigliani a Merton Miller objasnili podstatu ekonomickej hodnoty a spracovali dôsledky absencie arbitráže. Medzi 1964 a 1966 William Sharpe, John Lintner a Jan Mossin vyvinuli teoretický model trhových cien, ktorý bol založený na princípoch finančného rozhodovania, tak ako ich formuloval Markowitz. Pojem efektívnych trhov zaviedol Paul Samuelson v roku 1965 a o päť rokov neskôr Eugen Fama jeho koncepciu ďalej rozvinul.

Druhé kolo inovácií sa začalo koncom sedemdesiatych rokov minulého storočia. V roku 1973, Fischer Black, Myron Scholes a Robert Merton zistili, ako určiť ceny opcií pomocou spojitého zaistenia (continuous hedging). O tri roky neskôr, Stephen Ross zaviedol arbitrážnu teóriu cien (APT – Arbitrage Pricing Theory). Oba výsledky boli fundamentálne a mali za následok formulovanie obecnej matematickej metodológie pre správu investícií a oceňovanie derivátových finančných produktov. Merton približne v rovnakom čase zaviedol spojitý intertemporálny dynamický optimalizačný model alokácie aktív. Výrazné zlepšenie metód matematickej optimalizácie a nové ekonometrické nástroje zmenili spôsob akým sú dnes investície spravované.

Vďaka nedávnemu rozšíreniu používania elektronických transakcií sa tvoria obrovské množstvá dostupných empirických dát. Keďže tieto údaje sú voľne dostupné, vznikol predpoklad, že reálne ekonomické javy bude možné vysvetliť exaktnými vedeckými metódami. Vznikli nové vedné odbory ekonofyzika a veda o komplexných systémoch. Tieto disciplíny vznikli s očakávaním, že objasnia javy v ekonomike, ktoré sa doposiaľ nepodarilo klasickými metódami vysvetliť. Očakávania ekonómov a fyzikov boli založené na hypotéze, že ekonomické systémy by mohli byť študované ako fyzikálne systémy s a priori iba minimálnymi ekonomickými predpokladmi. Klasická ekonometria je založená na podobnom prístupe, ale kým sféra použitia klasickej ekonometrie je obmedzená na dynamické modely časových radov, ekonofyzika využíva všetky nástroje štatistickej fyziky a analýzy komplexných systémov, vrátane teórie interaktívnych multiagentných systémov.

Kapitola 2

Arbitrážna teória

2.1 Aktíva, portfólia a arbitrážne príležitosti

Uvažujme finančný trh s $n+1$ aktívami $\{A_0, A_1, \ldots, A_n\}$ dostupnými v čase t pričom uvažujeme o ich držbe do času $t+\tau$. Pod aktívom rozumieme investičný nástroj, ktorý možno predávať alebo kupovať ((MOr05), str.35). Investičné nástroje môžu byť buď **bezrizikové**, napr. dlhopisy, termínované vklady alebo **rizikové**, napr. cenné papiere, komodity, meny a podobne.

Ceny *bezrizikových* aktív popíšeme nezápornou funkciou $\mathcal{B} = \{B(t), t = 0, 1, \ldots, \tau\}, B(0) = 1$ a $B(t) > 0$, $\forall t$. $B(t)$ je hodnota peňazí na trhu v čase t, pričom v čase $t = 0$ mali hodnotu jednej peňažnej jednotky. Naviac

$$r(t;\tau) = \frac{[B(t+\tau) - B(t)]}{B(t)} \tag{2.1}$$

je **výnos** daného aktíva (v prípade bezrizikových aktív hovoríme o **úrokovej miere**) týkajúci sa časového obdobia $(t, t+\tau\rangle$. Obyčajne predpokladáme, že $r(t;\tau) \geq 0$. Ak sa nebude úroková miera v priebehu času $t = 0, 1, \ldots, \tau$ meniť, budeme ju označovať písmenom r.

Podmienka $B(t) > 0$ zodpovedá podmienke

$$r(t;\tau) > -1.$$

Poznamenajme, že funkčné hodnoty $B(0), B(1), \ldots, B(\tau)$ sú nezáporné reálne čísla, ktoré nezávisia od náhodných udalostí.

Ceny *rizikových* aktív modelujeme adaptívnymi stochastickými procesmi $\mathcal{S} = \{S(t) : t = 0, 1, \ldots, \tau\}$ v pravdepodobnostnom priestore $(\Omega, \mathfrak{F}, P)$ ((Rie11), (EK05), (FS04)). Ω je konečnorozmerný priestor náhodných udalostí, všetkých možných stavov (konkrétnych situácií, scenárov) vývoja trhu. $\mathfrak{F}$ je filter, ktorý zahŕňa informáciu o finančnom trhu dostupnú pre investora v čase t. P je pravdepodobnostná miera definovaná na Ω, pričom platí $P(\omega) > 0, \forall \omega \in \Omega$ (pozri prílohy A, B). Úlohou pravdepodobnostnej miery P je identifikovať udalosti, ktoré investori považujú za možné, avšak nemusia súhlasiť s jednotlivými pravdepodobnosťami daných udalostí.

Procesy $\mathcal{S}$ definujeme v obore reálnych čísel tak, že pre každé $t = 0, 1, \ldots, \tau$ je $S^{\omega}(t)$ nezáporná $\mathcal{F}_t$ merateľná funkcia, definovaná na $(\Omega, \mathfrak{F})$, s hodnotami z intervalu $\langle 0, \infty)$. $S^{(\omega)}(t)$ je cena aktíva v čase t, ak nastal scenár ω. V ďalšom texte nebudeme uvádzať závislosť od ω, za účelom zjednodušenia zápisu.

Z predpokladu $\mathcal{F}_0 = \{\emptyset, \Omega\}$ vyplýva, že cena i-teho rizikového aktíva $S_i(0)$ je v čase $t = 0$ známa a nezávisí od $\omega \in \Omega$ a teda je to dané reálne číslo. Podmienka $\mathcal{F}_t$-merateľnosti funkcie $S_i(t)$ odráža fakt, že cena i-teho rizikového aktíva v čase t závisí len od udalostí, ktoré sa stali v čase $0, 1, \ldots, t; t \leq \tau$. Ďalej budeme hovoriť, že stochastický proces $\mathcal{S} = \{S(t) : t = 0, 1, \ldots, \tau\}$ je prispôsobený filtru $\mathfrak{F}$, ak v každom časovom okamihu t je náhodná premenná $S(t)$ merateľná vzhľadom na informáciu obsiahnutú v $\mathcal{F}_t$ o $S(t)$.

Čas $\tau < \infty$ je konečný a nazývame ho **investičný horizont** investora. Investor nakupuje, alebo predáva aktíva v ľubovoľnom čase $t \in \{0, 1, \ldots, \tau - 1\}$, skôr ako skončí daný obchodný cyklus dĺžky τ (investičný horizont). Je zrejmé, že jeho rozhodnutie o kúpe alebo predaji aktíva v čase t môže závisieť len od informácií známych v minulosti a v súčasnosti. Napríklad v čase $t = 1$ rozhoduje o svojej obchodnej stratégii len na základe informácií dostupných v čase $t = 0$

Kapitola 3

Úvod do teórie portfólia

3.1 Výber portfólia pomocou analýzy *Priemer-Rozptyl*

Dôležitým medzníkom v napredovaní kvantitatívneho manažmentu portfólia[1] sa stala práca Harryho Markovitza: „Portfolio Selection“, ktorú publikoval v roku 1952 v časopise *Journal of Finance*((Mar52))[2]. Myšlienky, ktoré Markowitz uviedol vo svojom článku, sú základom dodnes populárnej analýzy *Priemer-Rozptyl* (*Mean-Variance analysis*, M-V analýza), ktorá sa stala základom modernej teórie portfólia (MPT). Spočiatku Markowitzova teória nevzbudila veľký záujem vo finančných kruhoch, ale v súčasnosti je M-V analýza základom mnohých finančných modelov.

M-V analýza mala najväčší vplyv na praktickú stránku spravovania portfólia ((Gue10)). Vo svojej najjednoduchšej forme, M-V analýza poskytuje rámec na výstavbu a výber portfólia na základe investorovho očakávania a jeho vzťahu k riziku. M-V analýza predstavila úplne novú terminológiu, ktorá je doteraz používaným štandardom v

[1]Portfóliom cenných papierov rozumieme zásobu rôznorodých cenných papierov v držbe investora ((VM01)).

[2]V roku 1959 bol článok vydaný v knižnej forme (Mar59)

oblasti správy investícií.

Teória portfólia je normatívnou teóriou, v tom zmysle, že popisuje štandard alebo normu správania sa investora vytvárajúceho portfólio, na rozdiel od teórií, ktoré boli vytvorené neskôr a tiež sú aktuálne dodnes. Napríklad teória oceňovania aktív (Asset Pricing theory) známa ako „Capital asset pricing model“ (CAPM), s ktorou sa budeme zaoberať v nasledujúcej kapitole, formalizuje vzťah, ktorý by mohol existovať medzi výnosom aktív a rizikom, ak investor skonštruuje a vyberie portfólio v súlade s M-V analýzou. Na rozdiel od normatívnej teórie M-V analýzy, CAPM je „pozitívnou teóriou“, t.j. teóriou, ktorá hypotézu ako sa správa investor nahradila hypotézou ako by sa mal investor správať. V súlade s touto hypotézou odvodíme CAPM, ktorý predpokladá odvodený očakávaný výnos.

V tejto kapitole vysvetlíme princípy M-V analýzy a zavedieme formálne matematické základy pre určenie „efektívneho portfólia“. Rozšírime Markowitzovu formuláciu o predpoklad, že je na kapitálovom trhu dostupné bezrizikové aktívum. V dôsledku toho získame efektívne portfólio dominujúce na trhu efektívnych portfólii, skonštruovaných na kapitálových trhoch, na ktorých nie je dostupné bezrizikové aktívum.

3.2 Diverzifikácia ako centrálna veta vo financiách

Známa múdrosť hovorí: „Nedávajte všetky vajcia do jedného koša“. Táto stará múdrosť sa stala základom pojmu. Markowitz kvantifikoval pojem diverzifikácia prostredníctvom štatistického pojmu kovariancie alebo korelácie. V podstate múdrosť hovorí, že investovanie všetkých peňazí v rovnakom čase do vysoko korelovaných aktív je nevhodná investičná stratégia, pretože môže viesť k slabej výkonnosti portfólia v dôsledku možného nepriaznivého vývoja jedného z korelovaných aktív.

Koncept diverzifikácie je tak intuitívny a tak silný, že neustále

Kapitola 4

Model oceňovania kapitálových aktív

V tejto kapitole budeme nadväzovať na Markowitzov prístup založený na „priemere-rozptyle“ uvedený v predchádzajúcej kapitole. Zameriame sa na modely, pomocou ktorých je možné odvodiť ceny a/alebo výnosy aktív. Tieto modely môžeme zaradiť do nasledujúcich troch skupín:

- *Všeobecná teória rovnováhy (ekvilibria).* Cenové procesy sú určené ako rovnováha medzi ponukou a dopytom na trhu a sú ovplyvnené ekonomickou hybnou silou, ktorej správanie je známe. Všeobecná teória rovnováhy je skutočne ekonomická teória, ktorá vychádza z konkrétnych predpokladov o správaní sa hybných síl trhu. Poznáme nasledujúce modely všeobecnej rovnováhy: CAPM, podmienený CAPM, viacfaktorový CAPM, a konzumný CAPM.

- *Arbitrážne cenové modely.* Arbitrážna cena je relatívna cena až natoľko, že ceny aj výnosy aktíva závisia od iných procesov. Úvod do arbitrážnej teórie sme uviedli v kapitole 2. Širšie spracovanú problematiku arbitrážnych cien nájdeme v ((FF04), (LLL10) a iných).

- *Ekonometrické modely.* Jedná sa o štatistické modely cien alebo výnosov. Tieto modely modelujú ceny alebo výnosy ako endogénne javy a/alebo vytvárajú väzby medzi cenami, výnosmi a exogénnymi premennými. Ekonometrické modely sú empirické, to znamená, že sú platné pre vhodné empirické údaje. Nie sú odvodené z ekonomickej teórie hoci by sa mohlo zdať, že ekonomická teória ovplyvňuje ekonometrické modely. Napríklad teória Markovových prepínacích modelov (Markov switching models) má korene v teórii ekonomických cyklov.

V tejto kapitole odvodíme najslávnejší model pre oceňovanie kapitálových aktív **Capital Asset Pricing Model (CAPM)**. CAPM sformulovali nezávisle od seba William Sharpe ((Sha64)), John Lintner ((Lin65)) a Jan Mossin ((Mos66)). Ako sme vysvetlili v predchádzajúcej kapitole, teória výberu portfólia založeného na M-V analýze, je normatívnou teóriou, ktorá popisuje investičné správanie sa investorov na trhu, keď vytvárajú portfólia. Vzhľadom na ich investičné správanie sa, model oceňovania kapitálových aktív formalizuje vzťah, ktorý by mal existovať medzi výnosmi aktív a rizikom.

CAPM je rovnovážny model pre ocenenie aktív, je odvodený na základe istých predpokladov, pomocou ktorých abstrahuje od reálnych svetových kapitálových trhov. Tieto predpoklady zjednodušujú realitu, a niektoré z nich sa môžu dokonca javiť ako nereálne. Avšak, tieto predpoklady sú potrebné pre jednoduchšie matematické vyjadrenie modelu. Predpoklady pre použitie CAPM sú nasledujúce[1]:

P 1: Investori prijímajú investičné rozhodnutia na základe očakávaného výnosu a rozptylu výnosov.

P 2: Investori sú racionálni a odmietajú riziko.

P 3: Investori uplatňujú Markowitzov princíp diverzifikácie portfólia.

P 4: Investori všetky investície investujú na rovnaké časové obdobie.

[1] pozri (FF04), kapitola 17

Kapitola 5

Modelovanie rizikových faktorov

Vo vzťahu (4.9) sme ukázali na možnosť, že aktíva môžu byť ovplyvnené závažnými faktormi. Položme si otázku: „Naozaj len trhové portfólio ovplyvňuje výber našich aktív?“

Uvažujme nasledujúce možnosti:

- Ak sa naše portfólio skladá z náhodne vybraných aktív z komoditného sektoru trhu, potom je dosť pravdepodobné, že vedúce (určujúce) aktívum v našom portfóliu je jedným z mnohých obchodovaných na burze komoditných indexov, ktoré sú navrhnuté na sledovanie ceny v danom odvetví.

- Ak naše portfólio obsahuje náhodne vybrané aktíva z rôznych odvetví (sektorov) trhu, tak existuje niekoľko vedúcich (určujúcich) faktorov, ktoré ovplyvňujú vývoj náhodných výnosov.

Ak vezmeme do úvahy tieto dve možnosti, navrhneme alternatívny prístup k modelovaniu tak, že zovšeobecníme CAPM model pričom umožníme vybrať si vedúce faktory.

V tejto kapitole zavedieme viacfaktorové modely, ktoré patria do širokej skupiny ekonometrických modelov. V podstate budeme uvažovať modely s viacerými premennými, ktoré pripúšťajú, že môžu byť približne (alebo presne) vyjadrené ako funkcia iného viacrozmerného procesu s nižšou rozmernosťou. Všeobecná viacfaktorová formulácia modelu musí byť jasne odlíšená od ekonomickej teórie, ktorá by mohla byť v pozadí. V skutočnosti, môžu viacfaktorové modely vyjadrovať ekonomickú teóriu a súčasne byť výsledkom procesu znižovania rozmernosti.

Napríklad, model oceňovania kapitálových aktív (CAPM) je všeobecnou teóriou rovnováhy, ktorá je zakotvená v jednofaktorovom lineárnom modeli (pozri (FF04), (Gue10), (LLL10), (Coc99)). Viacfaktorové modely predstavujú teóriu cien založenú na neexistencii arbitráže. Avšak vzhľadom k tomu, že pracujú s viacerými premennými, ekonometrické analytické techniky ponúkajú možnosť znížiť dimenziu problému. Treba poznamenať, že ide o čisto štatistický proces, ktorý nie je podporovaný ekonomickými teóriami. V tomto zmysle, často v literatúre nachádzame, že CAPM a APT ako faktorové modely môžu byť trochu zavádzajúce. Malo by však byť jasné, že oba modely vychádzajú z ekonomickej teórie všeobecnej rovnováhy a arbitrážnych cien.

Je pravdepodobné, že v dlhodobom horizonte nie je možné sledovať všetky cenové procesy jediným spoločným trendom s výnimkou rušivých udalostí, ako sú bankroty alebo fúzie a akvizície. Toto trendové správanie je možné vykazovať komplexnými dynamickými štruktúrami, ktoré v priebehu investičného horizontu sledujú násobné trendy, body zvratu („mean reversion“ procesy), respektíve štrukturálne zmeny v historických empirických údajoch. V tejto publikácii uvádzame klasické viacfaktorové modely, tak ako sú skonštruované a používané v investičnom manažmente. Problematiku dynamických faktorových modelov nájdeme napríklad v ((FF04)).

Lineárny viacfaktorový model vo všeobecnom tvare môžeme zapísať nasledovne:

$$
\begin{aligned}
\mathbb{E}[\mathbf{r}] &= \alpha + \beta\mathbb{E}[\mathbf{f}] \\
\mathbb{E}[r_{it}\,|\mathbf{f_t}] &= \alpha_i + \beta_i\mathbf{f_t} \\
r_{it} &= \alpha_i + \sum_{s=1}^{l}\beta_{is}f_{st} + \epsilon_t,
\end{aligned}
\tag{5.1}
$$

kde

Kapitola 6

Markowitzov model a jeho varianty

V súvislosti s popularitou Markowitzovho modelu vzniká niekoľko otázok, pokiaľ ide o praktické implementácie tohto modelu. Hlavným problémom je citlivosť Markowitzovho modelu na zmeny vstupných údajov. Vzhľadom k tomu, že optimálne portfólio vytvorené pomocou M-V prístupu je vybrané medzi krajnými bodmi prípustnej oblasti, malé zmeny v odhadovaných parametroch pravdepodobnostných rozdelení jednotlivých aktív vstupujúcich do portfólií môžu viesť k radikálne odlišným optimálnym hodnotám odporúčaných váh pre optimálne portfólio. V dôsledku toho, pomerne malé chyby v odhade parametrov môžu potenciálne spôsobiť prudký pokles výnosu z investícií a výrazne zmeniť váhy všetkých ostatných aktív. Takáto vysoká citlivosť je nežiadúca najmä pre praktické aplikácie.

Na prekonanie tohto nedostatku bolo navrhnutých veľa modelov. Populárne prístupy využívajú robustné odhady pre strednú hodnotu a rozptyl. Namiesto toho, aby sme použili objektívne odhady pre pravdepodobnostné rozdelenia, môžeme znížiť odhady chyby tým, že zmenšíme vzorku pre odhad strednej hodnoty a kovariancie pre štruktúrované odhady. Takto upravené metódy spracovali Jobson a Korkie ((JK81)), Jorion ((Jor86)), Pástor ((Pá00)), a Larsen a Resnick ((LR01)). V podobnom kontexte Black a Litterman ((BL90)) navrhli model, v ktorom sa berie do úvahy názor investora na správanie sa trhu. V Black-Littermanovom modeli, investorov názor reprezentuje lineárny vzťah medzi očakávanými výnosmi jednotlivca a aktívami, pričom sa využíva Bayesovský prístup na dosiahnutie trhovej rovnováhy. Touto problematikou sa zaoberali aj Satchell a Scowcroft ((SS00a)), Idzorek ((Idz04)) a ďalší.

Ďalšie alternatívne prístupy pre tvorbu optimálnych portfólií sú založené na prevzorkovacej, resp. simulačnej technike. V tomto prístupe, trhové parametre získame pomocou simulovania možných budúcich stavov trhu napríklad metódou Monte Carlo. Pre každú simuláciu získame váhy simulovaného optimálneho portfólia. Potom optimálne váhy navrhovaného portfólia sú priemernými váhami jednotlivých simulovaných optimálnych portfólií.

Napríklad Michaud zaviedol model ((Mic98)), v ktorom generuje náhodné vzorky na základe odhadovanej strednej hodnoty a rozptylu, a tak získava nové množiny odhadov trhových parametrov simulovaných vzoriek. Efektívnu hranicu zodpovedajúcu danej simulácii vypočíta tak, že minimalizuje množinu rovnomerne rozdelených rozptylov portfólia. Opakovaním uvedeného postupu dostatočne veľa krát, získal inú vzorku optimálnych portfóliových váh. Na záver vzorky možných optimálnych váh spriemeroval a tak získal váhy optimálneho portfólia s rozptylom v tom istom rozsahu. V istom zmysle, týmto prístupom vyriešil citlivosť problému alokácie portfóliových váh pomocou spriemerovania výsledkov získaných simuláciou. Iný prístup poskytuje metóda robustného odhadu, pomocou ktorej je možné odhadnúť trhové parametre priamo zo vzorky historických trhových údajov.

V oblasti robustných odhadov došlo k významnému zlepšeniu metódy alokácie optimálneho portfólia pomocou konvexných analýz, ktoré analyticky odrážajú neistotu v odhade trhových parametrov. Modely využívajúce tento prístup zvyčajne definujú množinu neistoty pre trhové parametre a následne formulujú optimálnu alokáciu ako konvexný optimalizačný problém tak, aby sa bral do úvahy aj najhorší možný prípad. Model s uvedenými vlastnosťami je v literatúre známy pod názvom robustný optimalizačný model ((FF04)). Napríklad, keď požadujeme, aby priemerný výnos alebo kovariancia ležala na elipsoide, potom môžeme problém M-V analýzy preformulovať na problém

Kapitola 7

Alternatívne prístupy k investovaniu

7.1 Investovanie a dynamika trhov

Žijeme v ére rastúcej finančnej nestability, v novej ére sveta privatizácie a deregulácie, čo umožňuje rozsiahlu úverovú expanziu založenú na dolári ako svetovej meny. Obchodovanie s derivátmi nie je regulované, a často sa používa ako prostriedok tvorby peňazí úplne mimo kontroly každej centrálnej banky. Štandardná ekonomická teória úplne vylučuje možnosť nestability.

Pred druhou svetovou vojnou, rozšírenie meny a následná inflácia nebola možná, pretože bol dolár regulovaný množstvom zlata. Zlatý štandard bol v USA nakoniec úplne zrušený v roku 1971. Počas platnosti zlatého štandardu, zaisťovanie svetovej meny nebolo nutné. Našu súčasnú éru inflácie, úverov a vysokej úrovne spotreby s rastúcou finančnou nestabilitou trhu môžeme datovať od deregulácie dolára v roku 1971. Nie je náhoda, že Black-Scholesov model oceňovania opcií a legalizácia rozsiahlych možností obchodovania s derivátmi sa viažu k roku 1973.

Táto realita je v kontraste s výučbou rovnováhy podľa teórie rovnováhy štandardných akademických ekonomických textov, uvedených napríklad v populárnych knihách Stiglitza ((Sti02)), Morrisa ((Mor08)) a Sorosa ((Sor08)).

Ekonómovia nás učia rovnováhe na trhu, ktorá je meradlom stability, aj keď skutočný svet ekonomiky je nestabilný. Implicitným predpokladom je, že trhy sú stabilné. Štandardná mikroekonomická teória je založená na deterministickej rovnováhe modelov, pričom sa predpokladá dokonalá znalosť budúcnosti na strane všetkých investorov.

Táto rovnováha existuje za matematicky úplne nereálnych podmienok, avšak predpokladá sa, že hypotetická rovnováha je stabilná, hoci to nebolo nikdy dokázané. Na hypoteticky stabilných trhoch sa predpokladá, že ceny aktív sú stacionárne stochastické procesy, ktoré nazývame „racionálne očakávania“. Štandardné makroekonomické teórie sú založené na tomto predpoklade. Racionálne očakávania ako dominantná ekonomická filozofia súvisí s dereguláciou realizovanou v roku 1970 a 1980, a s regresnou analýzou ako nástrojom výberu pre modelovanie. Regresná analýza je založená na predpoklade stacionárneho bieleho šumu, pričom neexistuje žiadny empirický dôkaz o stacionarite akéhokoľvek druhu a na akomkoľvek známom trhu. Alternatívny prístup k tejto problematike poskytuje neoklasická ekonomická teória ekonofyzika, ktorá berie do úvahy nestabilitu trhov (pozri (MC09)).

Každý investor by chcel vedieť, ako vybrať ziskové cenné papiere. Neexistuje však spoľahlivá matematická teória, a tak isto neexistuje zaručená kvalitatívna metóda, ktorá by viedla k úspechu[1]. Ak máme nejaké rizikové aktívum, koľko by sme mali naň staviť? Podľa vety o zruinovaní hazardného hráča (ako dôsledku obecnejšej Huygensovej vety), mali by sme staviť celú sumu, ak je k prežitiu nevyhnutná výhra. Ak však máme k dispozícii časový horizont presahujúci bezprostrednú prítomnosť, potom možno čiastka, ktorú by sme mali staviť by mala byť nižšia, ako je množstvo potrebné pre prežitie v dlho-

[1]Podľa Warrena Buffetta, sa dá povedať: „Vyberte cenný papier, ktorý má dobré ziskové vyhliadky. Nebojte sa kupovať, keď je jeho cena na trhu nízka. Bojte sa kupovať, keď je cena cenného papiera na trhu vysoká.“ Táto rada je v rozpore s tým čo vyplýva z hypotézy efektívnych trhov (EMH). (pozri (MC09))

Stochastické analýzy finančných trhov

Mária Bohdalová, Michal Greguš

1. vydanie

Za jazykovú úpravu, terminologickú a štylistickú stránku zodpovedajú autori.
Všetky práva sú vyhradené. Publikácia, ani žiadna jej časť nesmie byť reprodukovaná bez súhlasu majiteľa práv.

Bratislava 2012
Univerzita Komenského v Bratislave
Fakulta managementu
www.fm.uniba.sk

ISBN 978-80-223-3318-4